Corrigé – Brevet 2015 – mathématiques – Centres étrangers

Probabilités : la grille lumineuse, Vitesses : le saut de Félix Baumgartner, Géométrie : triangle inscrit dans un demi-cercle, Programmes de calcul, tableur et équation, Fonction affine : degrés Celsius et degrés Fahrenheit, Volumes et masse volumique : la gélule

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Probabilités : la grille lumineuse *(5.5 pts)*

Aucune justification n'est attendue ; les explications sont données pour comprendre. Les 9 cases ont la même chance de s'allumer : on est dans une situation d'équiprobabilité.

1. a) Une seule case sur 9 est la case 1. **La probabilité que la case 1 s'allume est $\frac{1}{9}$.**

1. b) Les cases marquées d'un chiffre impair sont 1, 3, 5, 7 et 9, soit 5 cases sur 9. **La probabilité est $\frac{5}{9}$.**

1. c) Une probabilité de $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ correspond à un événement réalisé par 3 cases sur 9. **Par exemple : « la case allumée porte un multiple de 3 »** (cases 3, 6 et 9). D'autres réponses conviennent : « la case allumée est sur la première ligne » (1, 2, 3), « la case allumée porte un nombre inférieur ou égal à 3 »…

2. Les cases 1 et 7 sont allumées ; il reste 7 cases éteintes (2, 3, 4, 5, 6, 8, 9), qui ont chacune la même chance de s'allumer. Les cases 1 et 7 sont dans la première colonne : la seule case alignée avec elles est la case 4 (colonne 1, 4, 7). Il y a donc 1 issue favorable sur 7. **La probabilité que les trois cases allumées soient alignées est $\frac{1}{7}$.**

Remarque : l'énoncé ne précise pas si le bouton peut tomber sur une case déjà allumée. Si l'on considère que les 9 cases restent possibles (une case déjà allumée ne change alors rien), seule la case 4 convient sur 9 et la probabilité vaut $\frac{1}{9}$. La lecture la plus naturelle (une nouvelle case s'allume) donne $\frac{1}{7}$; une réponse $\frac{1}{9}$ bien expliquée reste défendable.

> ⚠ **Piège.** À la question 2, il ne reste plus 9 cases possibles mais 7 : les deux cases déjà allumées ne comptent plus. Le dénominateur change.

Exercice 2 – Vitesses : le saut de Félix Baumgartner *(4 pts)*

1. Il faut comparer deux vitesses dans la même unité. Convertissons 1 357,6 km/h en m/s : 1 km = 1 000 m et 1 h = 3 600 s, donc

$$1\,357{,}6 \text{ km/h} = \frac{1\,357{,}6 \times 1\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{1\,357{,}6}{3{,}6} \text{ m/s} \approx 377{,}1 \text{ m/s}.$$

Comme $377{,}1 > 340$, **Félix Baumgartner a dépassé la vitesse du son : il a atteint son objectif.**

> 💡 **Astuce.** Pour passer des km/h aux m/s, on divise par 3,6 ; pour passer des m/s aux km/h, on multiplie par 3,6. Ici, on peut aussi vérifier : $340 \times 3{,}6 = 1\,224$ km/h, et $1\,357{,}6 > 1\,224$.

2. *Distance parcourue avec le parachute ouvert :* le saut part de 38 969,3 m d'altitude et la chute libre couvre 36 529 m, donc $38\,969{,}3 - 36\,529 = 2\,440{,}3$ m.
Durée de la chute avec le parachute ouvert : durée totale 9 min 3 s $= 9 \times 60 + 3 = 543$ s ; chute libre 4 min 19 s $= 4 \times 60 + 19 = 259$ s ; donc $543 - 259 = 284$ s.

Vitesse moyenne : $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{2\,440{,}3}{284} \approx 8{,}59$ m/s.
La vitesse moyenne avec le parachute ouvert est d'environ 9 m/s (arrondie à l'unité).

Exercice 3 – Géométrie : triangle inscrit dans un demi-cercle *(6 pts)*

1. Construction en vraie grandeur :

- tracer un segment [KM] de 6 cm et placer son milieu O ;
- tracer le cercle de centre O et de rayon 3 cm (il a [KM] pour diamètre) ;
- au compas, tracer un arc de centre M et de rayon 3 cm : il coupe le cercle en un point L (deux choix possibles, symétriques par rapport à (KM)) ;
- tracer le triangle KLM.

2. Le point L appartient au cercle de diamètre [KM]. Or, si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors il est rectangle et ce diamètre est son hypoténuse. **Le triangle KLM est donc rectangle en L.**

D'après le **théorème de Pythagore** dans le triangle KLM rectangle en L : $KM^2 = KL^2 + LM^2$, donc $KL^2 = KM^2 - LM^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$ et $KL = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ cm.

Dans un triangle rectangle, les deux côtés de l'angle droit sont une base et la hauteur associée :
$\text{Aire} = \dfrac{KL \times LM}{2} = \dfrac{3\sqrt{3} \times 3}{2} = \dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.
L'aire du triangle KLM vaut $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ cm² (valeur exacte), soit environ 8 cm² au cm² près ($\dfrac{9\sqrt{3}}{2} \approx 7{,}79$).

> ⚠ **Piège.** Avant d'appliquer Pythagore, il faut **prouver** que le triangle est rectangle en citant la propriété du cercle : la figure seule ne suffit pas.

Exercice 4 – Programmes de calcul, tableur et équation *(6 pts)*

1. a) Le nombre de départ est en B1 ; Mathilde le multiplie par 9 puis soustrait 8. **Formule à saisir en B2 : `=9*B1-8`**

1. b) Paul multiplie le nombre par -3 puis ajoute 31. **Formule à saisir en B3 : `=-3*B1+31`**

2. D'après le tableau, pour le nombre 3, Mathilde obtient 19 et Paul 22 : le résultat de Mathilde est plus petit. Pour le nombre 4, Mathilde obtient 28 et Paul 19 : le résultat de Mathilde est devenu plus grand. Le résultat de Mathilde augmente quand le nombre de départ augmente et celui de Paul diminue, donc les deux résultats sont égaux pour un nombre situé entre 3 et 4. **Conjecture : le nombre cherché est compris entre 3 et 4.**

3. Notons x le nombre de départ. Mathilde obtient $9x - 8$ et Paul obtient $-3x + 31$. On résout :
$9x - 8 = -3x + 31$
$9x + 3x = 31 + 8$
$12x = 39$
$x = \dfrac{39}{12} = 3{,}25$
Vérification : $9 \times 3{,}25 - 8 = 29{,}25 - 8 = 21{,}25$ et $-3 \times 3{,}25 + 31 = -9{,}75 + 31 = 21{,}25$.
Il faut saisir le nombre 3,25 ; les deux programmes donnent alors 21,25. Comme $3 < 3{,}25 < 4$, la conjecture est vérifiée.

Exercice 5 – Fonction affine : degrés Celsius et degrés Fahrenheit *(8 pts)*

1. Sur la représentation 2, la courbe est une droite qui **ne passe pas par l'origine** du repère : elle coupe l'axe des ordonnées vers 32. Sur le thermomètre (représentation 1), on lit de même que 0 °C correspond à environ 32 °F. Si les deux températures étaient proportionnelles, 0 °C correspondrait à 0 °F. **Il n'y a donc pas proportionnalité entre la température en degrés Celsius et la température en degrés Fahrenheit.**

2. Sur la représentation 2, on lit que la droite passe par le point de coordonnées $(0\ ;\ 32)$: 0 °C correspond à 32 °F, donc $f(0) = 32$. On lit aussi qu'elle passe par le point $(10\ ;\ 50)$: 10 °C correspond à 50 °F, donc $f(10) = 50$.

- Proposition 1 : $f(10) = 10 + 32 = 42$ et non 50. Elle ne convient pas.
- Proposition 3 : $f(0) = 2 \times 0 + 30 = 30$ et non 32. Elle ne convient pas.
- Proposition 2 : $f(0) = 1{,}8 \times 0 + 32 = 32$ et $f(10) = 1{,}8 \times 10 + 32 = 50$. Elle est compatible avec les deux lectures.

Les propositions 1 et 3 ne peuvent donc pas être correctes et, parmi les trois, **c'est la proposition 2 qui convient**. (On peut le confirmer : la droite coupe l'axe des abscisses vers -18, et $1{,}8 \times (-18) + 32 = -0{,}4$, presque 0.)

3. $f(10) = 1{,}8 \times 10 + 32 = 18 + 32 = 50$ et $f(-40) = 1{,}8 \times (-40) + 32 = -72 + 32 = -40$. **$f(10) = 50$ et $f(-40) = -40$.**

4. On cherche une température x telle que $f(x) = x$, c'est-à-dire $1{,}8x + 32 = x$, soit $0{,}8x = -32$ et $x = \dfrac{-32}{0{,}8} = -40$. C'est d'ailleurs ce qu'on a trouvé à la question 3 : $f(-40) = -40$. **Oui : −40 °C correspond exactement à −40 °F ; c'est la seule valeur pour laquelle les deux températures sont égales.**

> 💡 **Astuce.** Quand une question en suit une autre, regarde si un résultat précédent ne donne pas déjà la réponse : ici, $f(-40) = -40$ répond directement à la question 4.

Exercice 6 – Volumes et masse volumique : la gélule *(6.5 pts)*

1. La gélule est formée d'un cylindre de hauteur 16,6 mm et de deux demi-sphères de diamètre 9,5 mm, une à chaque bout. Chaque demi-sphère ajoute un rayon à la longueur, soit $9{,}5 \div 2 = 4{,}75$ mm. La longueur totale est donc $L = 4{,}75 + 16{,}6 + 4{,}75 = 16{,}6 + 9{,}5 = 26{,}1$ mm. D'après le tableau, une longueur de 26,1 mm correspond au calibre « 000 ». **Cette gélule est de calibre 000.**

2. Le rayon commun du cylindre et des demi-sphères est $R = 4{,}75$ mm. Les deux demi-sphères identiques forment une sphère entière.
Volume du cylindre : $V_1 = \pi \times 4{,}75^2 \times 16{,}6 = 374{,}537\,5\pi \approx 1\,176{,}64$ mm³.
Volume de la sphère : $V_2 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 4{,}75^3 \approx 448{,}92$ mm³.
Volume de la gélule : $V = V_1 + V_2 \approx 1\,176{,}64 + 448{,}92 = 1\,625{,}56$ mm³.
Le volume de la gélule est d'environ 1 626 mm³ (arrondi au mm³).

> ⚠ **Piège.** Le croquis donne le **diamètre** (9,5 mm) : les formules utilisent le **rayon** (4,75 mm). Et deux demi-sphères font une seule sphère, pas deux.

3. La boîte contient $3 \times 6 = 18$ gélules. La masse d'une gélule est égale à sa masse volumique multipliée par son volume :
$m = 6{,}15 \times 10^{-4} \times 1\,625{,}56 \approx 0{,}999\,7$ g, soit environ 1 g par gélule.
Pour toute la boîte : $18 \times 0{,}999\,7 \approx 17{,}995$ g.
Robert a absorbé environ 18 g d'antibiotique durant son traitement.

Conseils pour le jour J

Ce sujet de 36 points est très « concret » : chaque exercice raconte une situation (saut, gélule, thermomètre). Prends le temps de lire chaque énoncé jusqu'au bout et de repérer les données utiles : dans l'exercice 2, il faut combiner le texte et le tableau ; dans l'exercice 6, le croquis et le tableau des calibres.

Les conversions d'unités font perdre beaucoup de points : km/h en m/s (diviser par 3,6), minutes et secondes en secondes, diamètre en rayon. Écris toujours l'unité à côté de chaque résultat et vérifie l'ordre de grandeur (une gélule d'environ 1 g, une vitesse sous parachute de quelques m/s : c'est réaliste).

Pour les questions de lecture graphique (exercice 5), cite précisément les points que tu lis, avec leurs coordonnées, avant de conclure. Et à l'exercice 3, la figure soignée au compas rapporte des points à elle seule : n'oublie pas de la faire.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).