Corrigé – Brevet 2015 – mathématiques – Asie

QCM : notation scientifique, calcul littéral, puissances, cylindre, Pythagore et vitesse : traverser hors du passage piéton, Probabilités : les sportifs du bus, Arithmétique : le partage des ballons, Triangulation : distance d'un bateau à la plage, Fonctions et tableur, Volumes : l'aquarium en calotte sphérique

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : notation scientifique, calcul littéral, puissances, cylindre *(5 pts)*

1. Réponse **C**. Un nombre en notation scientifique s'écrit $a \times 10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$. Ici $587\,000\,000 = 5{,}87 \times 100\,000\,000 = 5{,}87 \times 10^8$. La réponse B est bien égale au nombre mais 58,7 n'est pas compris entre 1 et 10 ; la réponse A est un nombre très petit. $587\,000\,000 = 5{,}87 \times 10^8$**.**

2. Réponse **A**. Par double distributivité : $(x+2)(3x-1) = 3x^2 - x + 6x - 2 = 3x^2 + 5x - 2$. **On obtient** $3x^2 + 5x - 2$**.**

3. Réponse **C**. Si les 28 véhicules étaient des motos, il y aurait $28 \times 2 = 56$ roues. Il y a $80 - 56 = 24$ roues en plus, et chaque voiture apporte 2 roues de plus qu'une moto : $24 \div 2 = 12$ voitures. Vérification : 12 voitures et 16 motos font $12 \times 4 + 16 \times 2 = 48 + 32 = 80$ roues. **Il y a 12 voitures.**

4. Réponse **B**. Le produit de 18 facteurs égaux à -8 s'écrit $(-8)^{18}$: les parenthèses indiquent que c'est -8 tout entier qui est multiplié par lui-même. L'écriture -8^{18} désigne $-(8^{18})$, un nombre négatif, alors qu'un produit de 18 facteurs négatifs (nombre pair) est positif ; $18 \times (-8)$ est une somme de 18 termes, pas un produit. **Le produit s'écrit** $(-8)^{18}$**.**

> ⚠ **Piège.** -8^{18} et $(-8)^{18}$ ne sont pas le même nombre : sans parenthèses, la puissance ne porte que sur 8. Le premier est négatif, le second est positif.

5. Réponse **A**. La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe est un rectangle : une de ses dimensions est la hauteur du cylindre (10 cm) et l'autre est la longueur d'une corde du cercle de base, donc inférieure ou égale au diamètre (4 cm). Seul le rectangle de 3 cm sur 10 cm convient (5 cm dépasse le diamètre et 8 cm n'est pas la hauteur). **La section peut être un rectangle de 3 cm sur 10 cm.**

Exercice 2 – Pythagore et vitesse : traverser hors du passage piéton *(5 pts)*

En utilisant le passage piéton, Julien marche de J à K le long du trottoir puis traverse de K à F : il parcourt $JK + KF = 15 + 8 = 23$ m.

En traversant directement, il parcourt la longueur JF. Le passage piéton est perpendiculaire au trottoir, donc le triangle FKJ est rectangle en K. D'après le **théorème de Pythagore** : $JF^2 = KF^2 + KJ^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289$, donc $JF = \sqrt{289} = 17$ m.

Julien économise donc $23 - 17 = 6$ m de marche.

Un piéton met 9 secondes pour 10 mètres, soit $9 \div 10 = 0{,}9$ seconde par mètre. Pour 6 m : $6 \times 0{,}9 = 5{,}4$ s (on peut aussi écrire la proportion $\dfrac{9 \times 6}{10} = 5{,}4$).

Julien a gagné 5,4 secondes (en prenant un risque bien inutile pour si peu de temps !).

> 💡 **Astuce.** Les côtés 8, 15, 17 forment un triplet pythagoricien, comme 3, 4, 5 ou 5, 12, 13 : quand la racine carrée « tombe juste », c'est bon signe pour ton calcul.

Exercice 3 – Probabilités : les sportifs du bus *(4 pts)*

Il y a $10 + 12 + 18 = 40$ sportifs dans le bus ; ils sortent en désordre, donc chacun a la même chance de sortir le premier (situation d'équiprobabilité).

1. Il y a 10 joueurs de ping-pong sur 40 sportifs : $p = \dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{4}$. **La probabilité que le premier sportif soit un joueur de ping-pong est $\dfrac{1}{4}$, soit 0,25.**

2. Il y a $12 + 18 = 30$ coureurs ou gymnastes : $p = \dfrac{30}{40} = \dfrac{3}{4}$. On retrouve ce résultat avec l'événement contraire : $1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}$. **La probabilité est $\dfrac{3}{4}$, soit 0,75.**

3. Notons n le nombre de nageurs. Il y a alors $40 + n$ sportifs dans le bus et la probabilité qu'un nageur sorte en premier est $\dfrac{n}{40+n}$. On veut $\dfrac{n}{40+n} = \dfrac{1}{5}$, d'où, par produit en croix, $5n = 40 + n$, soit $4n = 40$ et $n = 10$.
Vérification : $\dfrac{10}{50} = \dfrac{1}{5}$. **Il y a 10 nageurs dans le bus.**

> ⚠ **Piège.** Les nageurs s'ajoutent aux 40 sportifs : le total devient $40 + n$. Écrire $\dfrac{n}{40} = \dfrac{1}{5}$ (donc $n = 8$) est l'erreur classique.

Exercice 4 – Arithmétique : le partage des ballons *(3 pts)*

La première année, il reste 37 ballons : les enfants se sont partagé $397 - 37 = 360$ ballons. Le nombre d'enfants est donc un diviseur de 360.

L'année suivante, il reste 13 ballons : ils se sont partagé $598 - 13 = 585$ ballons. Le nombre d'enfants est donc aussi un diviseur de 585.

Le nombre maximal d'enfants est donc le plus grand diviseur commun de 360 et 585. Avec l'**algorithme d'Euclide** :
$585 = 1 \times 360 + 225$
$360 = 1 \times 225 + 135$
$225 = 1 \times 135 + 90$
$135 = 1 \times 90 + 45$
$90 = 2 \times 45 + 0$
Le dernier reste non nul est 45 : $\text{PGCD}(360\,;585) = 45$.

On peut le vérifier avec les décompositions en facteurs premiers : $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ et $585 = 3^2 \times 5 \times 13$, d'où $\text{PGCD} = 3^2 \times 5 = 45$.

Vérification : $397 = 45 \times 8 + 37$ et $598 = 45 \times 13 + 13$, avec des restes 37 et 13 bien inférieurs à 45 (un reste doit toujours être plus petit que le diviseur).

Il y avait au maximum 45 enfants.

Exercice 5 – Triangulation : distance d'un bateau à la plage *(7 pts)*

1. a) À l'échelle 1/1 000, 1 cm sur le schéma représente 10 m, donc $L = 80$ m est représenté par un segment [AB] de 8 cm. Construction : tracer [AB] de 8 cm ; au rapporteur, tracer en A une demi-droite faisant un angle de 45° avec [AB] et en B une demi-droite faisant un angle de 65° avec [BA], du même côté ; elles se coupent au point C (le bateau). Tracer enfin la perpendiculaire à (AB) passant par C : elle coupe [AB] en H, et la distance d est représentée par CH.

1. b) On mesure sur le schéma CH ≈ 5,5 cm. Comme 1 cm représente 10 m, **on conjecture que d ≈ 55 m.** (Une mesure entre 5,4 cm et 5,6 cm, soit entre 54 m et 56 m, est acceptable.)

2. a) La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°. Dans le triangle ABC : $\widehat{ACB} = 180 - 45 - 65 = 70$. **L'angle $\widehat{ACB}$ mesure bien 70°.**

2. b) D'après la loi des sinus, $\dfrac{BC}{\sin\widehat{A}} = \dfrac{AB}{\sin\widehat{C}}$, d'où $BC = \dfrac{AB \times \sin\widehat{A}}{\sin\widehat{C}} = \dfrac{80 \times \sin 45}{\sin 70}$ (angles en degrés).
À la calculatrice : $BC \approx \dfrac{80 \times 0{,}7071}{0{,}9397} \approx 60{,}199$. **BC ≈ 60,20 m au cm près.**

> 💡 **Astuce.** Avant de calculer un sinus, vérifie que ta calculatrice est en mode degrés : $\sin 45$ doit donner environ 0,707.

2. c) Le triangle CHB est rectangle en H. L'angle $\widehat{CBH}$ mesure 65°, le côté [CH] lui est opposé et [BC] est l'hypoténuse. On utilise le **sinus** : $\sin\widehat{CBH} = \dfrac{CH}{BC}$, donc $CH = BC \times \sin 65 \approx 60{,}199 \times 0{,}9063 \approx 54{,}559$.
CH ≈ 54,56 m au cm près.

La distance du bateau à la plage est donc d ≈ 54,56 m, ce qui confirme la conjecture de la question 1. b).

Exercice 6 – Fonctions et tableur *(7 pts)*

1. La valeur $x = -2$ se trouve dans la colonne C ; la ligne 4 contient les valeurs de h. La cellule C4 affiche -17. $h(-2) = -17$**.** (Vérification : $5 \times (-2) - 7 = -10 - 7 = -17$.)

2. $g(-3) = 3 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) - 7 = 3 \times 9 + 27 - 7 = 27 + 27 - 7 = 47$. **On a bien $g(-3) = 47$.**

3. L'image de -3 par la fonction g est 47 ; autrement dit, -3 est un antécédent de 47 par la fonction g.

4. La cellule B1 contient la valeur de x et $h(x) = 5x - 7$. **Pauline a saisi dans B4 la formule =5*B1-7**, puis l'a étirée vers la droite.

5. a) L'équation $3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$ s'écrit $g(x) = h(x)$. On cherche dans le tableau une colonne où les lignes 3 et 4 affichent la même valeur : dans la colonne E, pour $x = 0$, on lit $g(0) = -7$ et $h(0) = -7$. **Le nombre 0 est une solution de l'équation.**

5. b) On résout l'équation par le calcul :
$3x^2 - 9x - 7 = 5x - 7$
$3x^2 - 9x - 5x = 0$
$3x^2 - 14x = 0$
$x(3x - 14) = 0$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $x = 0$ ou $3x - 14 = 0$, c'est-à-dire $x = \dfrac{14}{3}$.
Vérification : $g\left(\dfrac{14}{3}\right) = 3 \times \dfrac{196}{9} - 42 - 7 = \dfrac{196}{3} - 49 = \dfrac{49}{3}$ et $h\left(\dfrac{14}{3}\right) = \dfrac{70}{3} - 7 = \dfrac{49}{3}$.
Oui, l'équation a une autre solution : $x = \dfrac{14}{3} \approx 4{,}67$, que le tableur ne pouvait pas faire apparaître puisqu'il n'affiche que des valeurs entières de x entre -3 et 3.

> ⚠ **Piège.** Ne divise pas les deux membres par x pour « simplifier » : tu perdrais la solution $x = 0$. Mets tout dans le même membre et factorise.

Exercice 7 – Volumes : l'aquarium en calotte sphérique *(5 pts)*

1. a) Le rayon de la sphère est $r = 10$ cm et la hauteur de la calotte est $h = 18$ cm. Avec la formule $V = \dfrac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$:
$V = \dfrac{\pi}{3} \times 18^2 \times (3 \times 10 - 18) = \dfrac{\pi}{3} \times 324 \times 12 = \pi \times 324 \times 4 = 1\,296\pi$.
Le volume exact de l'aquarium est bien $1\,296\pi$ cm³.

1. b) $1\,296\pi \approx 4\,071{,}5$ cm³. Comme 1 L = 1 000 cm³, cela fait environ 4,07 L. **Le volume de l'aquarium est d'environ 4 L au litre près.**

2. L'eau versée occupe dans le nouvel aquarium un pavé droit de base 15 cm × 20 cm, dont l'aire vaut $15 \times 20 = 300$ cm². Le volume d'un pavé droit est $V =$ aire de la base × hauteur, donc la hauteur d'eau est :
$h = \dfrac{1\,296\pi}{300} \approx 13{,}57$ cm.
L'eau atteint une hauteur d'environ 14 cm (arrondi au cm).

> 💡 **Astuce.** Garde la valeur exacte $1\,296\pi$ jusqu'au bout du calcul et n'arrondis qu'à la fin : avec 4 L arrondis, tu trouverais 13,33 cm, donc 13 cm, ce qui est faux.

Conseils pour le jour J

Ce sujet de 36 points mélange des questions rapides (QCM, probabilités, arithmétique) et deux exercices plus longs (triangulation et tableur). Commence par le QCM et les exercices 3 et 4 pour engranger des points sans stress, mais vérifie chaque réponse du QCM par un petit calcul au brouillon : c'est là que se cachent les pièges (-8^{18} contre $(-8)^{18}$, la largeur du rectangle limitée par le diamètre).

Dans l'exercice 5, la construction à l'échelle rapporte des points à elle seule : prends ton rapporteur et ta règle, trace proprement et écris ta mesure. Pour la loi des sinus, recopie la formule, isole BC, puis seulement calcule en mode degrés. Dans l'exercice 7, attention à l'arrondi : garde $1\,296\pi$ jusqu'au bout.

Enfin, quand une question dit « toute trace de recherche sera prise en compte » (exercices 4 et 6), écris tout ce que tu tentes : la liste des diviseurs, un essai de valeurs, une factorisation commencée. Une recherche inaboutie mais claire rapporte des points.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).