Corrigé – Brevet 2015 – mathématiques – Métropole

Tableur et pourcentage : la collecte de lait, Programme de calcul : qui a raison ?, Pythagore et Thalès dans un triangle rectangle, Questions indépendantes : fonction, probabilité, puissances, PGCD, équation, Aire d'une façade et coût de la peinture, Distance d'arrêt : lecture de graphiques et formule, Pente d'une route et trigonométrie

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Tableur et pourcentage : la collecte de lait *(4 pts)*

1. Une formule de tableur commence toujours par le signe « = », et la somme ne doit porter que sur les quantités des six exploitations, c'est-à-dire les cellules B2 à B7 (la cellule B8 est celle où l'on écrit la formule : l'inclure créerait une référence circulaire). La formule qui convient est donc **=SOMME(B2:B7)**.

> ⚠ **Piège.** Deux erreurs sont cachées dans les propositions : l'oubli du « = » (le tableur afficherait alors simplement le texte) et la plage B2:B8 qui contient la cellule de la formule elle-même. Élimine-les une par une.

2. Quantité totale collectée : $1\,250 + 2\,130 + 1\,070 + 2\,260 + 1\,600 + 1\,740 = 10\,050$ L.
La moyenne est égale à la somme des quantités divisée par le nombre d'exploitations (6) : $\dfrac{10\,050}{6} = 1\,675$.
La quantité moyenne de lait collecté est de 1 675 L par exploitation. (Vérification : $1\,675 \times 6 = 10\,050$.)

3. L'exploitation « Petit pas » a fourni 2 260 L sur 10 050 L : $\dfrac{2\,260}{10\,050} \times 100 \approx 22{,}49$.
Environ 22 % de la collecte provient de l'exploitation « Petit pas » (arrondi à l'unité).

Exercice 2 – Programme de calcul : qui a raison ? *(4.5 pts)*

On teste d'abord les nombres annoncés, puis on fait le calcul avec un nombre quelconque pour l'affirmation de Faïza.

Sophie. Avec 4 : $4 + 8 = 12$; $12 \times 3 = 36$; $36 - 24 = 12$; $12 - 4 = 8$. On obtient bien 8. **Sophie a raison.**

Martin. Avec 0 : $0 + 8 = 8$; $8 \times 3 = 24$; $24 - 24 = 0$; $0 - 0 = 0$. On obtient bien 0. **Martin a raison.**

Gabriel. Avec -3 : $-3 + 8 = 5$; $5 \times 3 = 15$; $15 - 24 = -9$; $-9 - (-3) = -9 + 3 = -6$. On obtient -6 et non -9 : Gabriel a oublié la dernière étape (enlever le nombre de départ). **Gabriel a tort.**

Faïza. On note x le nombre de départ. Les étapes donnent successivement : $x + 8$, puis $3(x + 8)$, puis $3(x + 8) - 24$, puis $3(x + 8) - 24 - x$.
On développe et on réduit : $3(x + 8) - 24 - x = 3x + 24 - 24 - x = 2x$.
Le résultat final est donc toujours $2x$, le double du nombre de départ. **Faïza a raison.** (Cohérent avec les essais : $2 \times 4 = 8$, $2 \times 0 = 0$, $2 \times (-3) = -6$.)

> 💡 **Astuce.** Des exemples ne suffisent jamais à prouver une affirmation valable « pour n'importe quel nombre » : il faut un calcul littéral avec x. En revanche, un seul contre-exemple suffit pour prouver qu'une affirmation est fausse.

Exercice 3 – Pythagore et Thalès dans un triangle rectangle *(4 pts)*

1. Le triangle DKA est rectangle en K (codage de la figure). D'après le **théorème de Pythagore** : $DA^2 = DK^2 + KA^2$, donc $KA^2 = DA^2 - DK^2$.

$KA^2 = 60^2 - 11^2 = 3\,600 - 121 = 3\,479$, donc $KA = \sqrt{3\,479} \approx 58{,}98$.
KA ≈ 59,0 cm (au millimètre près). (Vérification : $59^2 = 3\,481$, très proche de 3 479.)

2. Les droites (PH) et (DK) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (KA) (angles droits en H et en K). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles : **(PH) // (DK)**.
Comme les points A, P, D d'une part et A, H, K d'autre part sont alignés, d'après le **théorème de Thalès** dans le triangle ADK : $\dfrac{AP}{AD} = \dfrac{AH}{AK} = \dfrac{PH}{DK}$.
Les points D, P, A étant alignés dans cet ordre : $AP = DA - DP = 60 - 45 = 15$ cm.
Donc $\dfrac{15}{60} = \dfrac{PH}{11}$, d'où $PH = \dfrac{15 \times 11}{60} = \dfrac{165}{60} = 2{,}75$.
HP = 2,75 cm. (Vérification : $\dfrac{2{,}75}{11} = 0{,}25 = \dfrac{15}{60}$.)

> ⚠ **Piège.** Avant d'appliquer Thalès, justifie le parallélisme : ici, il vient des deux angles droits. Et attention, le rapport utilise AP = 15 cm, pas DP = 45 cm.

Exercice 4 – Questions indépendantes : fonction, probabilité, puissances, PGCD, équation *(7.5 pts)*

1. $f(3) = -6 \times 3 + 7 = -18 + 7 = -11$. **L'image de 3 par la fonction f est -11.**

2. Arthur choisit au hasard une chemisette parmi 3, puis un short parmi 2 : il y a $3 \times 2 = 6$ tenues possibles, toutes équiprobables (V-V, V-B, B-V, B-B, R-V, R-B, en notant chemisette puis short). Une seule tenue est entièrement verte : chemisette verte et short vert.
La probabilité qu'Arthur soit habillé uniquement en vert est $\dfrac{1}{6}$. (Autre calcul : $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{6}$.)

3. $2^{40} = 2^{39+1} = 2^{39} \times 2^1 = 2 \times 2^{39}$. **Ariane a raison : 2^{40} est bien le double de 2^{39}.**

4. Contre-exemple : 6 est pair et 9 est impair, mais 3 divise 6 et 9. Les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3, 6 ; ceux de 9 sont 1, 3, 9 : le PGCD de 6 et 9 est 3, et non 1. **Loïc a tort.** (Ce qui est vrai, c'est seulement que ce PGCD ne peut pas être pair.)

5. $5x - 2 = 3x + 7$
$5x - 3x = 7 + 2$
$2x = 9$
$x = \dfrac{9}{2} = 4{,}5$.
L'équation a pour unique solution $x = 4{,}5$. (Vérification : $5 \times 4{,}5 - 2 = 20{,}5$ et $3 \times 4{,}5 + 7 = 20{,}5$.)

Exercice 5 – Aire d'une façade et coût de la peinture *(6 pts)*

1. La zone grisée est formée du rectangle ABDE et du triangle BCD.

- Aire du rectangle ABDE : $7{,}5 \times 6 = 45$ m².
- Triangle BCD : sa base est BD = AE = 7,5 m et sa hauteur est la différence entre la hauteur totale du hangar et celle du rectangle : $9 - 6 = 3$ m. Aire : $\dfrac{7{,}5 \times 3}{2} = 11{,}25$ m².
- Aire à peindre : $45 + 11{,}25 = 56{,}25$ m².

Un pot couvre 24 m² en une seule couche (peinture monocouche) : $\dfrac{56{,}25}{24} \approx 2{,}34$. Deux pots ne couvriraient que 48 m², ce qui est insuffisant : il faut donc acheter **3 pots**.
Montant : $3 \times 103{,}45 = 310{,}35$.
Le montant minimum à prévoir est de 310,35 €.

> ⚠ **Piège.** On ne peut pas acheter 2,34 pots : on arrondit toujours le nombre de pots à l'entier **supérieur**. Le volume (6 l) et le temps de séchage (8 h) sont des informations inutiles ici.

2. Somme réglée aujourd'hui : $\frac{2}{5} \times 343{,}50 = \frac{687}{5} = 137{,}40$ €.
Reste à payer : $343{,}50 - 137{,}40 = 206{,}10$ €.
Chaque mensualité : $\frac{206{,}10}{3} = 68{,}70$.
Chaque mensualité sera de 68,70 €. (Vérification : $137{,}40 + 3 \times 68{,}70 = 137{,}40 + 206{,}10 = 343{,}50$ €.)

Exercice 6 – Distance d'arrêt : lecture de graphiques et formule *(6 pts)*

1. Distance d'arrêt = distance de réaction + distance de freinage $= 12{,}5 + 10 = 22{,}5$. **La distance d'arrêt du scooter est de 22,5 m.**

2. a. Sur le graphique de la distance de réaction, on part de 15 m sur l'axe vertical, on rejoint la droite puis on descend sur l'axe des vitesses : **on roule à environ 54 km/h** (un peu plus de 50 km/h ; une lecture « environ 55 km/h » est acceptée).

2. b. La courbe de la distance de freinage passe par l'origine, mais **ce n'est pas une droite** : c'est une courbe qui s'incurve vers le haut. Par exemple, on lit environ 12 m à 50 km/h et environ 50 m à 100 km/h : quand la vitesse double, la distance de freinage est environ multipliée par 4, et non par 2. **La distance de freinage n'est donc pas proportionnelle à la vitesse.**

2. c. À 90 km/h, on lit sur le premier graphique une distance de réaction de 25 m, et sur le second une distance de freinage d'environ 40 m.
Distance d'arrêt : $25 + 40 = 65$. **À 90 km/h, la distance d'arrêt est d'environ 65 m.**

> 💡 **Astuce.** Sur ta copie, trace en pointillés les traits de lecture sur l'annexe (de l'axe à la courbe, puis de la courbe à l'autre axe) : ils montrent au correcteur comment tu as trouvé tes valeurs.

3. On remplace v par 110 dans la formule : $\frac{110^2}{152{,}4} = \frac{12\,100}{152{,}4} \approx 79{,}4$.
Sur route mouillée, à 110 km/h, la distance de freinage est d'environ 79 m (au mètre près).

Exercice 7 – Pente d'une route et trigonométrie *(4 pts)*

1. Le triangle ABC est rectangle en B. L'angle $\widehat{BCA}$ a pour côté opposé [AB] (le dénivelé, 10 m) et pour côté adjacent [BC] (le déplacement horizontal, 100 m). On utilise donc la **tangente** :
$\tan \widehat{BCA} = \frac{AB}{BC} = \frac{10}{100} = 0{,}1$.
À la calculatrice (en mode degrés) : $\widehat{BCA} = \arctan(0{,}1)$, soit environ $5{,}7^\circ$.
La route fait un angle d'environ 6° avec l'horizontale (arrondi au degré).

2. Le panneau B (« 1 : 5 ») indique un dénivelé de 1 m pour un déplacement horizontal de 5 m, soit $\frac{1}{5} = 0{,}2 = \frac{20}{100}$: une pente de 20 %.
Le panneau A indique une pente de 15 %, soit 15 m de dénivelé pour 100 m horizontaux, contre 20 m pour le panneau B.
Comme $20\ \% > 15\ \%$, **c'est le panneau B qui indique la pente la plus forte.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet se compose de sept exercices courts et indépendants : commence par ceux qui te rapportent des points sûrs (exercices 1, 2 et 4), puis traite la géométrie et les graphiques. Dans l'exercice 4, chaque question vaut 1,5

point : une phrase de conclusion et une justification (contre-exemple, propriété des puissances, vérification de l'équation) font la différence.

Les pièges de ce sujet sont des pièges de « vie réelle » : le nombre de pots de peinture s'arrondit à l'entier supérieur, la formule de tableur doit commencer par « = » et ne pas contenir sa propre cellule, et Gabriel s'est trompé parce qu'il a oublié une étape. Relis toujours la dernière ligne d'un programme de calcul.

Pour les graphiques de l'exercice 6, travaille directement sur l'annexe et laisse tes traits de lecture visibles. Pour la trigonométrie, vérifie que ta calculatrice est bien en degrés avant de calculer l'angle, et arrondis exactement comme demandé.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).