Corrigé – Brevet 2014 – mathématiques – Polynésie

Probabilités : boules colorées et lettres, Pythagore et Thalès sur un étayage, Fonctions et tableur, Vrai ou faux : diviseurs et puissances, Tableur : consommation des appareils en veille, Aires et volume : choisir une piscine, Angles extérieurs d'un triangle isocèle

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Probabilités : boules colorées et lettres *(4 pts)*

1. On additionne tous les effectifs du tableau : $3+5+2+2+2+6=20$. **Il y a 20 boules dans le sac.**

2. a. Les boules sont indiscernables au toucher : les 20 issues sont équiprobables. Il y a 2 boules bleues portant la lettre A, donc $p=\dfrac{2}{20}=\dfrac{1}{10}$. **Il y a bien une chance sur dix de tirer une boule bleue portant la lettre A.**

2. b. Les boules rouges sont 3 (lettre A) et 2 (lettre B), soit 5 boules : $p=\dfrac{5}{20}=\dfrac{1}{4}$. **La probabilité de tirer une boule rouge est $\dfrac{1}{4}$, soit 0,25.**

2. c. Boules portant la lettre A : $3+5+2=10$, donc $p(A)=\dfrac{10}{20}=\dfrac{1}{2}$. Boules portant la lettre B : $2+2+6=10$, donc $p(B)=\dfrac{10}{20}=\dfrac{1}{2}$. **Oui, on a autant de chance de tirer une boule portant la lettre A qu'une boule portant la lettre B (une chance sur deux).**

Exercice 2 – Pythagore et Thalès sur un étayage *(4 pts)*

1. Les segments [AB] et [AE] sont perpendiculaires : le triangle ABE est rectangle en A. D'après le **théorème de Pythagore** : $BE^2=AB^2+AE^2$.
$BE^2=3{,}5^2+2{,}625^2=12{,}25+6{,}890\,625=19{,}140\,625$, donc $BE=\sqrt{19{,}140\,625}=4{,}375$.
BE = 4,375 m. (Vérification : $4{,}375^2=19{,}140\,625$.)

2. Les points B, C, A sont alignés, ainsi que les points B, D, E, et les droites (CD) et (AE) doivent être parallèles. D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle BAE : $\dfrac{BC}{BA}=\dfrac{BD}{BE}=\dfrac{CD}{AE}$.
Donc $\dfrac{BC}{3{,}5}=\dfrac{1{,}5}{2{,}625}$, d'où $BC=\dfrac{3{,}5\times 1{,}5}{2{,}625}=\dfrac{5{,}25}{2{,}625}=2$.
Il faut placer le point C à 2 m de B.

> 💡 **Astuce.** Écris toujours les trois rapports de Thalès en partant du sommet commun (ici B), puis garde seulement les deux qui contiennent la longueur cherchée et deux longueurs connues. Le produit en croix fait le reste.

Exercice 3 – Fonctions et tableur *(6 pts)*

1. Dans la ligne 2 du tableau, la valeur -7 se trouve dans la colonne où $x=0$: $f(0)=0^2+3\times 0-7=-7$. **Le nombre 0 a pour image -7 par la fonction f.**

2. $f(6)=6^2+3\times 6-7=36+18-7=47$. **On a bien $f(6)=47$.**

3. Résoudre l'équation $x^2+3x-7=4x+5$, c'est chercher un nombre x tel que $f(x)=g(x)$. Dans le tableau, pour $x=4$, on lit $f(4)=21$ et $g(4)=21$: les deux images sont égales. Vérification : $4^2+3\times 4-7=16+12-7=21$ et $4\times 4+5=16+5=21$. **Le nombre 4 est une solution de l'équation.**

4. La fonction h est affine : $h(x) = ax + b$.
Pour $x = 0$ on lit $h(0) = 5$, donc $b = 5$.
Quand x passe de 0 à 2 (augmentation de 2), $h(x)$ passe de 5 à 1 (diminution de 4) : $a = \dfrac{1-5}{2-0} = \dfrac{-4}{2} = -2$.
Donc $h(x) = -2x + 5$.
Vérification avec les autres colonnes : $h(-2) = 4 + 5 = 9$, $h(4) = -8 + 5 = -3$ et $h(6) = -12 + 5 = -7$, ce qui correspond au tableau.

Exercice 4 – Vrai ou faux : diviseurs et puissances *(4 pts)*

Affirmation 1 : vraie. Diviseurs de 12 : 1, 2, 3, 4, 6, 12. Diviseurs de 18 : 1, 2, 3, 6, 9, 18. Les diviseurs communs à 12 et 18 sont donc 1, 2, 3 et 6. Or les diviseurs de 6 sont 1, 2, 3 et 6. **Les deux listes sont identiques : l'affirmation est vraie** (6 est le PGCD de 12 et 18).

Affirmation 2 : vraie. On sait que $(\sqrt{2})^2 = 2$. Comme $50 = 2 \times 25$:
$(\sqrt{2})^{50} = \left((\sqrt{2})^2\right)^{25} = 2^{25}$, qui est un nombre entier (il vaut 33 554 432).
De même, $100 = 2 \times 50$: $(\sqrt{2})^{100} = \left((\sqrt{2})^2\right)^{50} = 2^{50}$, qui est aussi un nombre entier.
Les deux nombres sont des entiers : l'affirmation est vraie.

> ⚠ **Piège.** Ne te fie pas à la calculatrice pour 2^{50} : elle affiche une écriture scientifique ($1{,}125... \times 10^{15}$) qui peut faire croire à un nombre décimal. C'est la règle $(a^m)^n = a^{m \times n}$ qui prouve que le résultat est entier.

Exercice 5 – Tableur : consommation des appareils en veille *(4 pts)*

1. a. Dans la ligne 4, il y a 2 paraboles, qui consomment chacune 131 kWh par an, à 0,13 € le kWh : $2 \times 131 \times 0{,}13 = 262 \times 0{,}13 = 34{,}06$. **Le calcul $2 \times 131 \times 0{,}13$ donne bien 34,06 €.**

1. b. La dépense est le produit du nombre d'appareils, de la consommation d'un appareil et du prix du kilowattheure. **Formule saisie en E2 : =B2*C2*D2**

1. c. Le total doit additionner les dépenses des lignes 2 à 13 (la cellule E14 ne peut pas s'inclure elle-même).
Formule : =SOMME(E2:E13)

2. Dans cette pièce, il y a un seul appareil de chaque sorte. Consommations en veille par an : téléviseur 77 kWh, ordinateur 209 kWh, console de jeu 42 kWh, lecteur DVD 58 kWh.
Consommation totale : $77 + 209 + 42 + 58 = 386$ kWh. La moitié vaut $386 \div 2 = 193$ kWh.
Comme $209 > 193$ (l'ordinateur représente $\dfrac{209}{386} \approx 54\,\%$ du total), **oui, la consommation de l'ordinateur représente plus de la moitié de la consommation totale des appareils de cette pièce.**

> ⚠ **Piège.** Ne prends pas les nombres d'appareils du tableau (3 téléviseurs, 2 lecteurs DVD) : dans la pièce, il y a un seul appareil de chaque. Utilise la colonne C, consommation pour *un* appareil.

Exercice 6 – Aires et volume : choisir une piscine *(8 pts)*

1. *Piscine ronde* : la surface au sol est un disque de rayon 1,70 m.
$A_{\text{ronde}} = \pi \times R^2 = \pi \times 1{,}70^2 = 2{,}89\pi \approx 9{,}08$ m².
Piscine octogonale : le diamètre extérieur est 4,40 m, donc le rayon du disque extérieur est $R = 4{,}40 \div 2 = 2{,}20$ m. D'après l'information 4 :
$A_{\text{octogone}} = 2\sqrt{2} \times 2{,}20^2 = 2\sqrt{2} \times 4{,}84 = 9{,}68\sqrt{2} \approx 13{,}69$ m².
D'après l'information 2, seules les piscines de moins de 10 m² sont dispensées de démarches. **La piscine ronde (environ 9,08 m² < 10 m²) n'impose aucune démarche administrative ; la piscine octogonale (environ 13,69 m² > 10 m²) en impose.**

> ⚠ **Piège.** La formule de l'information 4 utilise le *rayon* R, alors que la figure donne le *diamètre* 4,40 m : pense à diviser par 2. Avec R = 4,40 m, on obtiendrait une aire quatre fois trop grande.

2. D'après l'information 3, pour 4 baigneurs, il faut au minimum $4 \times 3{,}40 = 13{,}6$ m².
La piscine ronde n'offre qu'environ 9,08 m², ce qui est insuffisant ($9{,}08 < 13{,}6$). La piscine octogonale offre environ 13,69 m², ce qui suffit ($13{,}69 > 13{,}6$).
Pour que les quatre membres se baignent en même temps, la famille doit choisir la piscine octogonale.

3. *Volume de la piscine* : c'est un prisme droit de base l'octogone et de hauteur 1,20 m.
$V = A_{\text{octogone}} \times h = 9{,}68\sqrt{2} \times 1{,}20 \approx 16{,}43$ m³, soit environ 16 430 litres (1 m³ = 1 000 L).
Durée du remplissage : du vendredi 14 h 00 au samedi 10 h 00, il s'écoule 10 h (jusqu'à minuit) + 10 h = 20 h, soit $20 \times 60 = 1\,200$ minutes.
Volume d'eau versé : $12 \times 1\,200 = 14\,400$ litres, soit 14,4 m³.
Comme $14{,}4 < 16{,}43$, **la piscine ne va pas déborder** (il manquera encore environ 2 000 litres pour la remplir).

Exercice 7 – Angles extérieurs d'un triangle isocèle *(6 pts)*

1. a. Construction (aucune justification attendue) : on trace le segment [BC] de 5 cm ; avec le rapporteur, on trace en B une demi-droite faisant un angle de 40° avec [BC], puis en C une demi-droite faisant aussi un angle de 40° avec [CB], du même côté. Le triangle étant isocèle en A, ses angles à la base $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont égaux : A est le point d'intersection des deux demi-droites.

1. b. Le triangle ABC est isocèle en A, donc ses angles à la base sont égaux : $\widehat{ACB} = \widehat{ABC} = 40°$.
La somme des angles d'un triangle vaut 180°, donc $\widehat{BAC} = 180° - 40° - 40° = 100°$.
Un angle extérieur est supplémentaire de l'angle du triangle auquel il est adjacent :
angle extérieur en B : $180° - 40° = 140°$; angle extérieur en C : $180° - 40° = 140°$; angle extérieur en A : $180° - 100° = 80°$.
Les trois angles extérieurs mesurent 140°, 140° et 80°.

1. c. $140° + 140° + 80° = 360°$. **La somme des trois angles extérieurs est bien égale à 360°.**

2. Notons x la mesure de $\widehat{ABC}$ (avec $0 < x < 90$). Le triangle est isocèle en A, donc $\widehat{ACB} = x$ et $\widehat{BAC} = 180 - 2x$.
Angles extérieurs : en B, $180 - x$; en C, $180 - x$; en A, $180 - (180 - 2x) = 2x$.
Somme : $(180 - x) + (180 - x) + 2x = 360$, quelle que soit la valeur de x.
Plus généralement, pour n'importe quel triangle : la somme des trois angles extérieurs vaut $3 \times 180° - 180° = 360°$, car les trois angles intérieurs totalisent 180°.
Non, il est impossible de construire un tel triangle : la somme des angles extérieurs vaut toujours 360°.

> 💡 **Astuce.** Pour prouver qu'une propriété est toujours vraie, un exemple ne suffit pas : il faut un calcul avec une lettre (x). À l'inverse, pour prouver qu'elle est fausse, un seul contre-exemple suffit.

Conseils pour le jour J

Ce sujet de 2 heures est surtout un sujet de lecture : tableau de boules, tableur, documents sur les piscines. Avant de calculer, repère précisément dans quelle case se trouve la donnée utile. À l'exercice 5, la question 2 se joue sur un détail (un seul appareil de chaque sorte dans la pièce) ; à l'exercice 6, sur le passage du diamètre au rayon et sur le calcul de la durée de remplissage (20 heures, pas 4 ni 24).

L'exercice 6, à 8 points, est le plus rentable : rédige-le en trois temps (aire de chaque piscine, comparaison avec 10 m², puis avec 13,6 m²), garde des valeurs approchées au centième et conclus par une phrase à chaque

question. Pour le volume, n'oublie pas la conversion $1\ \text{m}^3 = 1\ 000\ \text{L}$ avant de comparer avec les 14 400 litres versés.

Aux exercices 2 et 7, nomme toujours la propriété utilisée (théorème de Pythagore, théorème de Thalès, somme des angles d'un triangle, angles supplémentaires). Pour la question 2 de l'exercice 7, un raisonnement avec une lettre rapporte tous les points ; une simple série d'exemples reste incomplète.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).