Corrigé – Brevet 2014 – mathématiques – Brevet Am du Nord 11 juin 2014

QCM : fractions, PGCD, inéquation, identité remarquable, Volume d'un boudin : cylindre et boule, Durée, volume d'un pavé et pourcentage, Tableur : dénivelé d'un parcours, Hauteur d'un siège pliant : Pythagore, Probabilités avec deux dés, Remplissage d'une écluse : formule et lecture graphique, Débit d'une vantelle et durée de remplissage, Portes busquées : trigonométrie

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : fractions, PGCD, inéquation, identité remarquable *(4 pts)*

1. Réponse B. $\left(\frac{2}{7}+\frac{3}{7}\right) : \frac{1}{5} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{1} = \frac{25}{7}$ (diviser par une fraction, c'est multiplier par son inverse).

2. Réponse B. Algorithme des différences : $133-84=49$; $84-49=35$; $49-35=14$; $35-14=21$; $21-14=7$; $14-7=7$; $7-7=0$. Le PGCD est la dernière différence non nulle : 7. Vérification : $84=7\times 12$ et $133=7\times 19$, avec 12 et 19 premiers entre eux.

3. Réponse A. $-3x+5 \geqslant 9$ équivaut à $-3x \geqslant 4$. On divise par -3, nombre négatif, ce qui change le sens de l'inégalité : $x \leqslant \frac{-4}{3}$.

4. Réponse C. Avec l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$: $(1+\sqrt{2})^2 = 1+2\sqrt{2}+2 = 3+2\sqrt{2}$.

> ⚠ **Piège.** Question 3 : quand on multiplie ou divise les deux membres d'une inéquation par un nombre négatif, le sens de l'inégalité s'inverse. Oublier ce changement mène à la réponse C, qui est fausse.

Exercice 2 – Volume d'un boudin : cylindre et boule *(3 pts)*

Le boudin est formé d'un cylindre de hauteur 50 cm fermé par deux demi-boules de même rayon. Le codage montre que [AC] est un diamètre de la base : le rayon est $R = \frac{16}{2} = 8$ cm. Les deux demi-boules forment une boule entière de rayon 8 cm.

Volume du cylindre : $V_1 = \pi R^2 h = \pi \times 8^2 \times 50 = 3\,200\pi$ cm³.

Volume de la boule : $V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\times\pi\times 8^3 = \frac{4\times 512}{3}\pi = \frac{2\,048}{3}\pi$ cm³.

Volume du boudin : $V = 3\,200\pi + \frac{2\,048}{3}\pi = \frac{9\,600\pi + 2\,048\pi}{3} = \frac{11\,648\pi}{3}$ cm³.

Le volume exact est $\frac{11\,648\pi}{3}$ cm³, soit environ 12 197,76 cm³ au centième près.

> 💡 **Astuce.** « Volume exact » signifie qu'on garde π dans le résultat ; on ne remplace π par la calculatrice qu'à la toute fin, pour l'arrondi.

Exercice 3 – Durée, volume d'un pavé et pourcentage *(3 pts)*

1. À vitesse constante, $t = \frac{d}{v} = \frac{240}{8} = 30$ h. La vitesse étant limitée à 8 km/h, on ne peut pas aller plus vite : **il faut au moins 30 heures pour effectuer le trajet.**

2. Volume d'un pavé droit : $V = L \times \ell \times h = 30 \times 8{,}4 \times 3 = 756$. **Le volume de l'écluse est 756 m³.**

3. Augmenter de 27 % revient à multiplier par $1 + \dfrac{27}{100} = 1{,}27$: $882 \times 1{,}27 = 1\,120{,}14$. **La location coûte 1 120,14 € pour cette période.**

Exercice 4 – Tableur : dénivelé d'un parcours *(3 pts)*

1. Le dénivelé du parcours est la somme de toutes les hauteurs franchies (comptées positivement en montée et négativement en descente), situées dans les cellules B3 à L3. On saisit en M5 : **=SOMME(B3:L3)** (ou =B3+C3+D3+E3+F3+G3+H3+I3+J3+K3+L3).

2. Montées : $2{,}44 + 4{,}85 + 3{,}08 + 2{,}62 = 12{,}99$ m.
Descentes : $2{,}58 + 5{,}58 + 6{,}78 + 2{,}24 + 2{,}63 + 9{,}42 + 5{,}23 = 34{,}46$ m.
Dénivelé : $12{,}99 - 34{,}46 = -21{,}47$. **Le dénivelé du parcours est de −21,47 m.**

3. Le dénivelé est négatif : on descend globalement de 21,47 m entre l'écluse de Renneville et celle de Gay. **Le parcours est globalement descendant.**

Exercice 5 – Hauteur d'un siège pliant : Pythagore *(3 pts)*

ABDC est un rectangle, donc ses côtés opposés sont égaux : $AC = BD = 34$ cm (largeur de l'assise). La longueur d'un pied est $AE = 56$ cm et la hauteur de l'assise est CE.

Le triangle ACE est rectangle en C, d'hypoténuse [AE]. D'après le **théorème de Pythagore** : $AE^2 = AC^2 + CE^2$, donc $CE^2 = AE^2 - AC^2 = 56^2 - 34^2 = 3\,136 - 1\,156 = 1\,980$.
D'où $CE = \sqrt{1\,980} \approx 44{,}5$ cm.

On a bien $44 < 44{,}5 < 46$. **La hauteur de l'assise, environ 44,5 cm, est comprise entre 44 cm et 46 cm : le siège est adapté à Nicolas.**

> ⚠ **Piège.** Le côté utile du triangle ACE est [AC], qui est égal à [BD] (34 cm) car ABDC est un rectangle, et non la profondeur de 31 cm. Avec 31 cm, on trouverait environ 46,6 cm et une conclusion fausse.

Exercice 6 – Probabilités avec deux dés *(6 pts)*

1. Le dé est équilibré : ses six faces ont la même probabilité d'apparaître, $\dfrac{1}{6}$ chacune. **Oui, la probabilité d'obtenir un « 1 » est la même que celle d'obtenir un « 5 » : elle vaut $\dfrac{1}{6}$.**

2. Le dé rouge peut donner 6 résultats et, pour chacun d'eux, le dé jaune peut donner 6 résultats. On peut le voir dans un tableau à double entrée de 6 lignes et 6 colonnes (ou un arbre à 6 branches suivies chacune de 6 branches). **Il y a donc** $6 \times 6 = 36$ **issues possibles**, toutes équiprobables.

3. Paul a 650 points ; pour gagner à son troisième lancer, il doit atteindre au moins 1 000 points, donc gagner au moins $1\,000 - 650 = 350$ points en un lancer. Gains possibles :

- paire de 1 : 1 000 points, il gagne ;
- paire de 2 : 200 points ($650 + 200 = 850$), insuffisant ;
- paire de 3 : 300 points ($650 + 300 = 950$), insuffisant ;
- paire de 4 : 400 points ($650 + 400 = 1\,050$), il gagne ;
- paire de 5 : 500 points, il gagne ;
- paire de 6 : 600 points, il gagne ;
- autre résultat : 50 points ($650 + 50 = 700$), insuffisant.

Les issues gagnantes sont (1 ; 1), (4 ; 4), (5 ; 5) et (6 ; 6) : 4 issues sur 36 équiprobables. $p = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$. **La probabilité que Paul gagne à son troisième lancer est $\dfrac{1}{9}$.**

Exercice 7 – Remplissage d'une écluse : formule et lecture graphique *(5 pts)*

1. À l'ouverture, $h = 4{,}3$ m et $x = 1{,}8$ m, donc $h - x = 2{,}5$ m.
$v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 2{,}5} = \sqrt{49{,}05} \approx 7{,}004$. **La vitesse de l'eau à l'ouverture est d'environ 7 m/s (arrondi à l'unité).**

2. Une racine carrée est nulle seulement si le nombre sous la racine est nul : $v = 0$ lorsque $2g(h - x) = 0$, c'est-à-dire $h - x = 0$, soit $x = h = 4{,}3$ m. **La vitesse est nulle pour $x = 4{,}3$ m** : le niveau de l'eau dans l'écluse a alors atteint celui du canal en amont, l'eau ne s'écoule plus et le remplissage est terminé (la péniche peut passer).

3. Sur le graphique de l'annexe 2, on part de 3,4 sur l'axe des hauteurs, on monte jusqu'à la courbe puis on lit l'ordonnée : environ 4,2. **Lorsque l'eau atteint 3,4 m dans l'écluse, la vitesse d'écoulement est d'environ 4,2 m/s.** (Le calcul $\sqrt{2 \times 9{,}81 \times 0{,}9} \approx 4{,}2$ le confirme.)

Exercice 8 – Débit d'une vantelle et durée de remplissage *(4 pts)*

1. On convertit le rayon en mètres : $R = 30$ cm $= 0{,}3$ m. Aire d'un disque : $S = \pi R^2 = \pi \times 0{,}3^2 = 0{,}09\pi$. **L'aire exacte de la vantelle est $0{,}09\pi$ m².**

2. $q = S \times v = 0{,}09\pi \times 2{,}8 = 0{,}252\pi \approx 0{,}79168$. **Le débit moyen est d'environ 0,792 m³/s (arrondi au millième).**

3. Durée de remplissage : $t = \dfrac{\text{volume}}{\text{débit}} = \dfrac{756}{0{,}252\pi} = \dfrac{3\,000}{\pi} \approx 955$ s (avec le débit arrondi, $\dfrac{756}{0{,}792} \approx 955$ s également).
Or 15 min $= 15 \times 60 = 900$ s, et $955 > 900$. **Il faut patienter environ 955 secondes, soit près de 15 min 55 s : on attendra plus de 15 minutes.**

> 💡 **Astuce.** Vérifie toujours la cohérence des unités : la formule $q = S \times v$ exige S en m² et v en m/s, d'où la conversion du rayon de 30 cm en 0,3 m avant tout calcul.

Exercice 9 – Portes busquées : trigonométrie *(5 pts)*

Notons H le pied de la hauteur issue de P (l'angle droit codé sur le schéma). Les deux portes ont la même longueur, donc $PA = PB$: le triangle APB est isocèle en P. Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal est aussi la médiane, donc H est le milieu de [AB] : $AH = \dfrac{5{,}8}{2} = 2{,}9$ m.

Le mur de l'écluse est perpendiculaire à [AB] (largeur de l'écluse). L'angle de 55° est formé par le mur et la porte [AP], donc $\widehat{PAB} = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$.

Dans le triangle AHP rectangle en H : $\cos\widehat{PAH} = \dfrac{AH}{AP}$, donc $AP = \dfrac{AH}{\cos 35^\circ} = \dfrac{2{,}9}{\cos 35^\circ} \approx 3{,}540$ m.

Chaque porte mesure environ 3,54 m (au cm près).

> ⚠ **Piège.** L'angle de 55° n'est pas un angle du triangle AHP : il est mesuré à partir du mur. Il faut d'abord calculer l'angle complémentaire $90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$. Utiliser directement 55° donnerait une longueur fausse (environ 5,06 m).

Conseils pour le jour J

Ce sujet compte neuf exercices courts : lis tout le sujet au début et ne reste pas bloqué plus de dix minutes sur un exercice. Le QCM et l'exercice 3 sont rapides : fais-les en premier pour assurer des points.

Les exercices sur le canal du Midi mélangent les unités (cm et m, secondes et minutes, km/h). Convertis avant de calculer et écris toujours l'unité à côté du résultat final ; respecte aussi l'arrondi demandé (au centième, au millième, au cm près).

Pour les exercices 5 et 9, sans calcul direct possible, cherche d'abord le triangle rectangle utile et les longueurs qu'il faut déduire de la figure (rectangle ABDC, triangle isocèle APB). Même si tu ne termines pas, une démarche bien écrite est prise en compte.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).