Corrigé – Brevet 2014 – mathématiques – Asie

Hauteur d'une balle qui rebondit, Fonction racine carrée et notes de musique, Agrandissement d'un hexagone régulier, Vrai ou faux : pourcentage, PGCD et développement, Droites parallèles : parallélogramme et cercle, Tombola : diagramme en barres et probabilité, Trottoir roulant : Pythagore et trigonométrie

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Hauteur d'une balle qui rebondit *(3 pts)*

À chaque rebond, la hauteur est multipliée par $\frac{3}{4}$. En partant de 1 m :

- 1er rebond : $1 \times \frac{3}{4} = 0{,}75$ m ;
- 2e rebond : $0{,}75 \times \frac{3}{4} = 0{,}5625$ m ;
- 3e rebond : $0{,}5625 \times \frac{3}{4} \approx 0{,}4219$ m ;
- 4e rebond : $\approx 0{,}3164$ m ;
- 5e rebond : $\approx 0{,}2373$ m.

En une seule ligne : $h = 1 \times \left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{243}{1\,024} \approx 0{,}2373$ m. **Au cinquième rebond, la balle atteint environ 24 cm.**

> 💡 **Astuce.** Multiplier cinq fois de suite par le même nombre, c'est multiplier par sa puissance 5 : tape directement $(3 \div 4)^5$ à la calculatrice, puis convertis en cm avant d'arrondir.

Exercice 2 – Fonction racine carrée et notes de musique *(5 pts)*

Tension pour obtenir un « La3 ». D'après le tableau, le La3 correspond à une fréquence de 440 Hz. Sur le graphique, on part de 440 sur l'axe des fréquences, on rejoint horizontalement la courbe puis on descend sur l'axe des tensions : on lit une tension d'environ 480 N. **Il faut appliquer une tension d'environ 480 N.** Vérification par le calcul : $20\sqrt{T} = 440$ donne $\sqrt{T} = 22$, donc $T = 22^2 = 484$ N, ce qui confirme la lecture.

Note obtenue avec une tension de 220 N. $f(220) = 20\sqrt{220} \approx 20 \times 14{,}832 \approx 296{,}6$ Hz. La fréquence du tableau la plus proche est 297 Hz. **La note obtenue est un Ré3.**

Fréquence maximale avant la casse. La fonction f est croissante (plus la tension est grande, plus le son est aigu), donc la fréquence est maximale pour la tension maximale de 900 N : $f(900) = 20\sqrt{900} = 20 \times 30 = 600$ Hz. **La corde peut émettre au maximum une fréquence de 600 Hz.**

> ⚠ **Piège.** Ne confonds pas les deux axes : on lit une *tension* à partir d'une *fréquence*, donc on part de l'axe vertical (fréquences) pour arriver sur l'axe horizontal (tensions).

Exercice 3 – Agrandissement d'un hexagone régulier *(3 pts)*

Un agrandissement de rapport 10 multiplie toutes les longueurs par 10 : le nouvel hexagone régulier a des côtés de $3 \times 10 = 30$ mm, **soit 3 cm de côté**.

Construction (aucune justification n'est demandée, mais voici la méthode) :

- tracer un cercle de centre O et de rayon 3 cm (dans un hexagone régulier, le côté est égal au rayon du cercle circonscrit) ;
- placer un point A sur ce cercle ;
- avec le compas toujours ouvert à 3 cm, reporter cette longueur six fois de suite sur le cercle à partir de A : on obtient six points B, C, D, E, F (et on revient en A) ;
- relier les six points consécutifs : **ABCDEF est l'hexagone régulier de côté 3 cm demandé**.

Exercice 4 – Vrai ou faux : pourcentage, PGCD et développement *(6 pts)*

Affirmation 1. Une réduction de 30 % revient à payer 70 % du prix : $9{,}50 \times 0{,}70 = 6{,}65$ €. C'est exactement le tarif étudiant. **L'affirmation 1 est vraie.**

Affirmation 2. Contre-exemple : $a = 10$ et $b = 4$ (on a bien $a > b$). Les diviseurs de 10 sont 1, 2, 5, 10 et ceux de 4 sont 1, 2, 4, donc $\text{PGCD}(10\,;4) = 2$, alors que $a - b = 10 - 4 = 6$. Comme $2 \neq 6$, **l'affirmation 2 est fausse.** (Le PGCD de a et b est égal à celui de b et $a - b$, mais il n'est pas égal à $a - b$ en général.)

Affirmation 3. La somme de x et de 5 est $x + 5$; la différence entre $2x$ et 1 est $2x - 1$. Donc $A = (x + 5)(2x - 1)$. On développe par double distributivité :
$A = x \times 2x + x \times (-1) + 5 \times 2x + 5 \times (-1) = 2x^2 - x + 10x - 5 = 2x^2 + 9x - 5$.
L'affirmation 3 est vraie.

> 💡 **Astuce.** Pour montrer qu'une affirmation générale est fausse, un seul contre-exemple suffit ; pour montrer qu'elle est vraie, il faut une démonstration valable dans tous les cas.

Exercice 5 – Droites parallèles : parallélogramme et cercle *(6 pts)*

Figure 1. Le codage indique que $OA = OC$ et que $OB = OD$. Comme O, A, C sont alignés et O, B, D sont alignés, O est le milieu de [AC] et le milieu de [BD]. Les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD ont donc le même milieu. Or **un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme** : ABCD est un parallélogramme. Ses côtés opposés sont parallèles. **Les droites (AB) et (CD) sont parallèles : c'est vrai.**

Figure 2. Le codage indique que $OA = OE$ et que A, O, E sont alignés : O est le milieu de [AE], et comme A et E sont sur le cercle de centre O, **[AE] est un diamètre du cercle**. Le point B est aussi sur ce cercle. Or **si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors il est rectangle** (le sommet opposé au diamètre est celui de l'angle droit) : le triangle ABE est rectangle en B, donc $(AB) \perp (BE)$.
B, E et C sont alignés, donc la droite (BE) est la droite (BC). Le codage indique un angle droit en C : $(CD) \perp (BC)$.
Les droites (AB) et (CD) sont toutes deux perpendiculaires à la même droite (BC). Or **si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles**. **Les droites (AB) et (CD) sont parallèles : c'est vrai.**

> ⚠ **Piège.** Sur la figure 2, l'angle droit en B n'est pas codé : il faut le démontrer avec le diamètre [AE]. Ne l'affirme jamais « parce qu'il en a l'air ».

Exercice 6 – Tombola : diagramme en barres et probabilité *(6 pts)*

1. On lit sur le diagramme le nombre de tickets vendus chaque jour : lundi 350, mardi 225, mercredi 400, jeudi 125, vendredi 325, samedi 475.
Nombre total de tickets : $350 + 225 + 400 + 125 + 325 + 475 = 1\,900$ tickets.
Recette : $1\,900 \times 2 = 3\,800$ €.
Coût des lots, financés par l'association : $300 + 10 \times 25 + 20 \times 5 = 300 + 250 + 100 = 650$ €.

Somme restante : $3\,800 - 650 = 3\,150$ €. Comme $3\,150 > 2\,660$, **l'association pourra financer entièrement la sortie** (il lui restera même 490 €).

2. Il faut maintenant que la recette couvre le voyage et les lots : $10\,000 + 650 = 10\,650$ €. Avec 1 900 tickets, le prix p d'un ticket doit vérifier $1\,900 \times p \geqslant 10\,650$, soit $p \geqslant \dfrac{10\,650}{1\,900} \approx 5{,}605$ €.
Un prix de 6 € par ticket convient, par exemple ($1\,900 \times 6 = 11\,400$ €). **Au centime près, le prix minimal est de 5,61 €** (avec 5,60 €, la recette ne serait que de 10 640 €, insuffisante). Remarque : si l'on comprend que les lots ne sont plus à financer, le calcul devient $\dfrac{10\,000}{1\,900} \approx 5{,}263$, soit un prix minimal de 5,27 € ; l'essentiel est d'annoncer clairement son hypothèse.

3. Il y a $1 + 10 + 20 = 31$ tickets gagnants. Le gros lot ayant été tiré, il reste $1\,900 - 1 = 1\,899$ tickets dans l'urne, dont $31 - 1 = 30$ gagnants, tous ayant la même chance d'être tirés. La probabilité de tirer un autre ticket gagnant est $p = \dfrac{30}{1\,899} = \dfrac{10}{633}$ (on a simplifié par 3). **La probabilité vaut $\dfrac{10}{633}$.**

4. Le sujet ne contient aucun énoncé pour cette question (seul le numéro est imprimé) : il n'y a rien à traiter.

Exercice 7 – Trottoir roulant : Pythagore et trigonométrie *(7 pts)*

Le triangle CHP est rectangle en H, avec $PH = 25$ m et $CH = 4$ m. Pour qu'un modèle convienne, il faut vérifier deux conditions : l'angle d'inclinaison $\widehat{CPH}$ et la durée du trajet (au plus 1 minute, soit 60 s).

Longueur du trottoir. D'après le **théorème de Pythagore** dans le triangle CHP rectangle en H : $PC^2 = PH^2 + CH^2 = 25^2 + 4^2 = 625 + 16 = 641$, donc $PC = \sqrt{641} \approx 25{,}32$ m.

Angle d'inclinaison. Dans le triangle CHP rectangle en H : $\tan\widehat{CPH} = \dfrac{CH}{PH} = \dfrac{4}{25} = 0{,}16$, d'où $\widehat{CPH} \approx 9{,}1°$.

Modèle 1. L'angle $9{,}1°$ est inférieur à l'angle maximum de $12°$: l'inclinaison est acceptée. Durée du trajet : $t = \dfrac{d}{v} = \dfrac{25{,}32}{0{,}5} \approx 50{,}6$ s, ce qui est inférieur à 60 s. Le modèle 1 convient.

Modèle 2. L'angle $9{,}1°$ est supérieur à l'angle maximum de $6°$: ce modèle ne peut pas être installé (même si sa durée, $\dfrac{25{,}32}{0{,}75} \approx 33{,}8$ s, conviendrait).

Conclusion : seul le modèle 1 peut convenir pour équiper ce centre commercial.

> 💡 **Astuce.** Dans un problème « est-ce que ça convient ? », liste d'abord toutes les contraintes de l'énoncé (ici l'angle ET la durée), puis vérifie-les une par une pour chaque modèle : c'est ce qui rapporte les points, même si un calcul n'aboutit pas.

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte sept exercices courts et indépendants : commence par ceux qui te semblent les plus faciles (le vrai/faux de l'exercice 4, les calculs de l'exercice 2) et garde du temps pour les exercices 6 et 7, qui rapportent le plus de points et demandent plusieurs étapes.

Les lectures sur un graphique ou un diagramme doivent être précises : pour le diagramme de la tombola, suis chaque barre à la règle jusqu'à l'axe gradué de 25 en 25. Une seule erreur de lecture fausse ensuite tout l'exercice.

Pour les questions de géométrie « est-il vrai que… », rédige toujours avec la propriété nommée (« un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu… »). Une affirmation sans justification ne rapporte presque rien, même si elle est juste.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).