Corrigé – Brevet 2014 – mathématiques – Amérique du Sud (remplacement)

QCM : équation, racines carrées et vitesse, Pyramide dans un parallélépipède et caractéristique d'Euler, Lecture d'un tableau de tarifs postaux, Lecture graphique : taux d'anticorps après un vaccin, Tableur et durées d'une régate, Fréquence cardiaque maximale et pourcentage, Largeur d'une rivière avec le théorème de Thalès

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : équation, racines carrées et vitesse *(4 pts)*

1. Notons x le tarif enfant en euros ; le tarif adulte vaut alors $x+4$. La recette totale donne l'équation $100(x+4)+50x=1\,300$, soit $100x+400+50x=1\,300$, donc $150x=900$ et $x=\dfrac{900}{150}=6$. Vérification : $100\times 10+50\times 6=1\,000+300=1\,300$. **Réponse c : le tarif enfant est de 6 €.**

2. Les codages de la figure indiquent que ABCD a quatre côtés égaux : AD = AB $=\sqrt{15}-1$. La longueur du rectangle est $AE=AB+BE=\sqrt{15}-1+2=\sqrt{15}+1$. L'aire du rectangle AEFD vaut donc :
$\mathcal{A}=AE\times AD=(\sqrt{15}+1)(\sqrt{15}-1)$.
On reconnaît l'identité remarquable $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$: $\mathcal{A}=(\sqrt{15})^2-1^2=15-1=14$. **Réponse c : l'aire vaut 14.**

> ⚠ **Piège.** Les petits traits sur les côtés [AB], [BC], [CD] et [AD] sont des codages d'égalité : ils signifient que ABCD est un carré. Sans eux, on ne connaîtrait pas la largeur AD.

3. On applique $v=\dfrac{d}{t}$ avec $d=320$ km et $t=59$ s : $v=\dfrac{320}{59}\approx 5{,}42$ km/s. Arrondie au dixième : **réponse a : 5,4 km/s.** (Contrôle : $5{,}4\times 59=318{,}6$, proche de 320.)

Exercice 2 – Pyramide dans un parallélépipède et caractéristique d'Euler *(6 pts)*

1. Les points N et M sont sur les arêtes [EF] et [FG] de la face EFGH, qui est un rectangle : l'angle $\widehat{NFM}$ est droit. Le triangle FNM est donc rectangle en F et son aire vaut :
$\mathcal{A}_{FNM}=\dfrac{FN\times FM}{2}=\dfrac{4\times 3}{2}=6$. **L'aire du triangle FNM est bien égale à 6 cm².**

2. Dans un parallélépipède rectangle, l'arête [FB] est perpendiculaire à la face EFGH qui contient le triangle FNM : [BF] est donc la hauteur de la pyramide de sommet B et de base FNM, avec $h=FB=5$ cm.
$V=\dfrac{\mathcal{B}\times h}{3}=\dfrac{6\times 5}{3}=\dfrac{30}{3}=10$. **Le volume de la pyramide est de 10 cm³.**

3. a) Volume du parallélépipède rectangle : $V_P=FE\times FG\times FB=15\times 10\times 5=750$ cm³.
Volume du solide obtenu en retirant la pyramide : $V=750-10=740$. **Le solide ABCDENMGH a un volume de 740 cm³.**

3. b) En coupant le coin F, on supprime le sommet F et l'arête [FB], et on ajoute les sommets N et M, les arêtes [BN], [NM], [BM] et la face triangulaire BNM. Les six faces du parallélépipède restent présentes (trois d'entre elles sont simplement rognées).

	Parallélépipède ABCDEFGH	**Solide ABCDENMGH**
Nombre de faces	6	7
Nombre d'arêtes	12	14

	Parallélépipède ABCDEFGH	**Solide ABCDENMGH**
Nombre de sommets	8	9
Caractéristique x	$6 - 12 + 8 = 2$	$7 - 14 + 9 = 2$

La caractéristique d'Euler vaut 2 pour les deux solides.

> 💡 **Astuce.** Pour compter sans te tromper, liste les sommets par leur nom : A, B, C, D, E, N, M, G, H, soit 9 (B était déjà un sommet). Et rappelle-toi que pour tout polyèdre « sans trou », faces − arêtes + sommets = 2 : c'est un excellent moyen de vérifier ton tableau.

Exercice 3 – Lecture d'un tableau de tarifs postaux *(5 pts)*

1. Une lettre de 75 g pèse plus de 50 g mais pas plus de 100 g : elle relève de la ligne « jusqu'à 100 g » du tableau. Vers la France métropolitaine, aucun complément aérien n'est dû. **Le coût est donc de 1,65 €.**

2. Une lettre de 109 g dépasse 100 g sans dépasser 250 g : tarif de base 2,65 €. Mayotte est dans la zone OM1 : complément de 0,05 € par tranche de 10 g. Comme le montre l'exemple du document (32 g donnent 4 tranches), toute tranche commencée est comptée : 109 g correspondent à 11 tranches de 10 g.
Complément : $11 \times 0{,}05 = 0{,}55$ €. Total : $2{,}65 + 0{,}55 = 3{,}20$. **L'envoi coûte bien 3,20 €.**

3. Un paquet de 272 g est dans la ligne « jusqu'à 500 g » : tarif de base 3,55 €. Wallis-et-Futuna est dans la zone OM2 : 0,11 € par tranche de 10 g. 272 g correspondent à 27 tranches complètes et une tranche commencée, soit 28 tranches.
Complément : $28 \times 0{,}11 = 3{,}08$ €. Total : $3{,}55 + 3{,}08 = 6{,}63$ €.
Or $6{,}63 < 6{,}76$. **Loïc peut payer l'envoi (6,63 €) et il lui restera 0,13 €.**

> ⚠ **Piège.** 272 g ne font pas 27 tranches mais 28 : la tranche de 270 à 280 g est commencée, donc elle est due. Avec 27 tranches, on trouverait 6,52 € : la conclusion serait la même, mais le calcul serait faux.

4. Le document impose $L + l + H \leqslant 100$ cm. Ici $L + l + h = 55 + 30 + 20 = 105$ cm. La condition $L < 60$ cm est respectée, mais $105 > 100$. **Le paquet est refusé car la somme de ses trois dimensions (105 cm) dépasse les 100 cm autorisés.**

Exercice 4 – Lecture graphique : taux d'anticorps après un vaccin *(6 pts)*

La première injection a lieu au jour 0, le jeudi 16 octobre ; sur l'axe des abscisses, un carreau représente 1 jour.

1. La courbe reste à 0 pendant un peu plus d'un jour, puis commence à monter entre le 1er et le 2e jour ; au jour 2, le taux est nettement positif. **Il faut attendre environ 1 à 2 jours (au plus 2 jours) pour constater la présence d'anticorps.**

2. Après la première injection, le sommet de la petite « bosse » se lit au jour 5, à une hauteur légèrement inférieure à 100. **Le taux maximal est d'environ 90 unités, atteint au 5e jour.** Le jour 0 étant le jeudi 16 octobre, le jour 5 est le 21 octobre (vendredi 17, samedi 18, dimanche 19, lundi 20, mardi 21). **Cette valeur correspond à un mardi.**

3. La courbe redescend ensuite et rejoint l'axe des abscisses (taux nul) vers le 13e-14e jour. **Au bout d'environ 14 jours, Pablo n'a plus d'anticorps.**

4. Après le rappel (vers le jour 30), la courbe dépasse la droite horizontale d'ordonnée 800 vers le 34e jour, atteint un maximum d'environ 850 vers le 34e-35e jour, puis repasse sous 800 vers le 36e jour. **Le taux d'anticorps est supérieur à 800 pendant environ 2 jours.**

> 💡 **Astuce.** Pour une question « supérieur à 800 », trace à la règle la droite horizontale d'ordonnée 800 et repère les deux abscisses où la courbe la traverse : la durée est l'écart entre ces deux abscisses.

Exercice 5 – Tableur et durées d'une régate *(7 pts)*

1. 2012 : 8 h 40 min $= 8 \times 60 + 40 = 480 + 40 = 520$ min. 2013 : 8 h 25 min $= 8 \times 60 + 25 = 505$ min. **Les parcours ont duré 520 minutes en 2012 et 505 minutes en 2013.**

2. a) La boucle longue demande 15 minutes de plus que la boucle courte, de durée x (en B1). **Formule à saisir en B2 : =B1+15**

2. b) La formule « =2*B1+3*B2 » calcule la durée de deux boucles courtes et trois boucles longues. **Elle donne la durée totale du parcours de 2012** pour une durée de boucle courte égale à la valeur de B1.

2. c) En 2013, le parcours comptait trois boucles courtes et deux boucles longues. **Formule à saisir en B4 : =3*B1+2*B2** (vérification avec $x = 75$: $3 \times 75 + 2 \times 90 = 225 + 180 = 405$, comme dans le tableau).

3. Avec 105 en H1 :
H2 $= 105 + 15 = 120$;
H3 $= 2 \times 105 + 3 \times 120 = 210 + 360 = 570$;
H4 $= 3 \times 105 + 2 \times 120 = 315 + 240 = 555$.
Elle obtiendra 120 en H2, 570 en H3 et 555 en H4.

4. On cherche la colonne où la ligne 3 vaut 520 (durée de 2012) et la ligne 4 vaut 505 (durée de 2013) : c'est la colonne F, où $x = 95$ et la boucle longue dure 110 minutes. Vérification : $2 \times 95 + 3 \times 110 = 190 + 330 = 520$ et $3 \times 95 + 2 \times 110 = 285 + 220 = 505$. Ces durées respectent aussi la condition « aucune boucle en moins de 75 minutes ». **La boucle courte dure 95 minutes (1 h 35 min) et la boucle longue 110 minutes (1 h 50 min).**

Exercice 6 – Fréquence cardiaque maximale et pourcentage *(6 pts)*

1. En soustrayant l'âge a à 220 : $f_m = 220 - a$.

2. a) Pour $a = 60$: $208 - 0{,}75 \times 60 = 208 - 45 = 163$. **À 60 ans, la fréquence cardiaque maximale recommandée est de 163 battements par minute.**

2. b) On résout $208 - 0{,}75a = 184$:
$0{,}75a = 208 - 184 = 24$, donc $a = \dfrac{24}{0{,}75} = 32$.
Vérification : $208 - 0{,}75 \times 32 = 208 - 24 = 184$. **C'est à 32 ans que la fréquence cardiaque maximale est de 184 battements par minute.**

2. c) Les valeurs de Sarah sont cohérentes avec la formule : $208 - 0{,}75 \times 20 = 193$ et $208 - 0{,}75 \times 40 = 178$. La diminution est de $193 - 178 = 15$ battements par minute. Le pourcentage de diminution se calcule par rapport à la valeur de départ :
$\dfrac{15}{193} \times 100 \approx 7{,}8\ \%$.
C'est vrai : la fréquence cardiaque maximale de Sarah aura diminué d'environ 8 % (exactement 7,8 % environ).

> ⚠ **Piège.** Un pourcentage d'évolution se calcule toujours en divisant par la valeur de départ (193), pas par la valeur d'arrivée (178) : $\dfrac{15}{178} \approx 8{,}4\ \%$ serait faux, même si l'on tombe aussi près de 8 %.

Exercice 7 – Largeur d'une rivière avec le théorème de Thalès *(3 pts)*

Les points D, R et V sont alignés sur la rive rectiligne, et les points A, R et B sont alignés (le rocher est aligné avec l'arbre depuis B).

La largeur de la rivière se mesure perpendiculairement à la rive : (AD) est perpendiculaire à (DV). Joachim s'éloigne de la rive à angle droit : (VB) est perpendiculaire à (DV). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles entre elles : **(AD) et (VB) sont parallèles**.

Les droites (DV) et (AB) sont sécantes en R, et (AD) // (VB). D'après le **théorème de Thalès** dans les triangles RDA et RVB :
$\dfrac{RD}{RV} = \dfrac{RA}{RB} = \dfrac{DA}{VB}$, soit $\dfrac{20}{12} = \dfrac{DA}{15}$.
Donc $DA = \dfrac{20 \times 15}{12} = \dfrac{300}{12} = 25$.

Vérification : $\dfrac{25}{15} = \dfrac{5}{3}$ et $\dfrac{20}{12} = \dfrac{5}{3}$. **La rivière mesure 25 m de large à cet endroit.** Comme $25 < 30$, **la corde de 30 mètres est assez longue : la décision de Joachim est confirmée** (il reste 5 m pour les nœuds).

Conseils pour le jour J

Ce sujet est long (sept exercices) mais aucun n'est vraiment difficile : la clé est de lire chaque énoncé jusqu'au bout. Dans l'exercice 3, tout est dans le document : la ligne du tableau à utiliser (« jusqu'à… »), la zone OM1 ou OM2 et la règle des tranches de 10 g donnée par l'exemple. Prends le temps de justifier chaque choix, c'est là que sont les points.

Pour le QCM, aucune justification n'est demandée, mais fais les calculs au brouillon : pour la question 2, il faut voir que les codages font de ABCD un carré, puis utiliser $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$. Pour l'exercice 4, utilise une règle pour lire le graphique et donne des valeurs « environ » : le correcteur accepte une petite marge.

Dans l'exercice 7, « il sera tenu compte de toute trace de réponse » : même si tu ne trouves pas, écris le parallélisme (deux droites perpendiculaires à une même troisième) et le nom du théorème de Thalès. Et termine toujours par la phrase qui répond à la question posée : ici, la corde de 30 m suffit.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).