Corrigé – Brevet 2013 – mathématiques – Polynésie

QCM : puissances de 10, vitesse, volume et factorisation, PGCD et partage en lots de bénitiers, Pourcentages : la poubelle géante du Pacifique, Construction, Pythagore et rectangle, Lecture graphique d'une fonction, Volumes et aires : deux modèles de conteneurs, Tâche complexe : la hauteur du cocotier (Thalès), Probabilités, simulation et tableur

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : puissances de 10, vitesse, volume et factorisation *(4 pts)*

n° 1. $9 \times 10^{-3} = 0{,}009$ et $5 \times 10^{2} = 500$. Donc $\dfrac{15 - 9 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{2}} = \dfrac{15 - 0{,}009}{500} = \dfrac{14{,}991}{500} = 0{,}029\,982 = 29{,}982 \times 10^{-3}$. **Réponse B.**

n° 2. À 40 km/h, on parcourt 40 000 m en 3 600 s. Le temps t pour parcourir 800 m vérifie $t = \dfrac{d}{v} = \dfrac{0{,}8 \text{ km}}{40 \text{ km/h}} = 0{,}02$ h, soit $0{,}02 \times 3\,600 = 72$ s, c'est-à-dire 1 min 12 s. **Réponse A.**

n° 3. Le volume d'un cube d'arête a est a^3. Si l'arête devient $3a$, le volume devient $(3a)^3 = 27a^3$: il est multiplié par $3^3 = 27$. **Réponse C.**

n° 4. $25x^2 - 16 = (5x)^2 - 4^2$ est une différence de deux carrés. D'après l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$: $25x^2 - 16 = (5x+4)(5x-4)$. **Réponse C.**

> ⚠ **Piège.** $(5x-4)^2 = 25x^2 - 40x + 16$: ce n'est pas $25x^2 - 16$. Et $(5x-8)(5x+8) = 25x^2 - 64$. Développe mentalement chaque proposition pour vérifier.

Exercice 2 – PGCD et partage en lots de bénitiers *(4 pts)*

1. On utilise l'**algorithme d'Euclide** (divisions euclidiennes successives) :

$405 = 1 \times 315 + 90$
$315 = 3 \times 90 + 45$
$90 = 2 \times 45 + 0$

Le PGCD est le dernier reste non nul. **PGCD(405 ; 315) = 45.**

2. a. Nombre de bénitiers de 12,5 cm : $9 \times 35 = 315$. Nombre de bénitiers de 17,5 cm : $15 \times 27 = 405$.
Tous les lots ont la même composition et tous les bénitiers sont utilisés : le nombre de lots doit donc diviser à la fois 315 et 405. Le plus grand nombre de lots possible est le plus grand diviseur commun de 315 et 405, c'est-à-dire leur PGCD. **On peut réaliser au maximum 45 lots.**

2. b. $315 \div 45 = 7$ et $405 \div 45 = 9$. **Chaque lot contiendra 7 bénitiers de 12,5 cm et 9 bénitiers de 17,5 cm.**
Vérification : $45 \times 7 = 315$ et $45 \times 9 = 405$.

Exercice 3 – Pourcentages : la poubelle géante du Pacifique *(4 pts)*

1. $6 \times 550\,000 = 3\,300\,000$. **La poubelle géante a une superficie d'environ 3 300 000 km².**

2. Augmenter de 10 % revient à multiplier par $1 + \dfrac{10}{100} = 1{,}1$. $3\,300\,000 \times 1{,}1 = 3\,630\,000$. **Dans un an, sa superficie sera d'environ 3 630 000 km².**

3. Chaque année, la superficie est multipliée par 1,1 (l'augmentation de 10 % porte sur la superficie de l'année précédente, qui a déjà augmenté) :

– dans 1 an : 3 630 000 km² ;
– dans 2 ans : $3\,630\,000 \times 1{,}1 = 3\,993\,000$ km² ;
– dans 3 ans : $3\,993\,000 \times 1{,}1 = 4\,392\,300$ km² ;
– dans 4 ans : $4\,392\,300 \times 1{,}1 = 4\,831\,530$ km².

Le double de la superficie actuelle est $2 \times 3\,300\,000 = 6\,600\,000$ km². Or $4\,831\,530 < 6\,600\,000$ (en 4 ans, la superficie est multipliée par $1{,}1^4 = 1{,}4641$, et non par 2). **L'affirmation est fausse : dans 4 ans, la superficie n'aura pas doublé.** (Elle doublera au bout de 8 ans, car $1{,}1^7 \approx 1{,}95$ et $1{,}1^8 \approx 2{,}14$.)

> ⚠ **Piège.** 4×10 % ne fait pas 40 %, et encore moins 100 % : des hausses successives de 10 % se **multiplient** (coefficient 1,1 chaque année), elles ne s'additionnent pas.

Exercice 4 – Construction, Pythagore et rectangle *(4 pts)*

1. Construction : on trace un segment [AC] de 8 cm ; on trace la perpendiculaire à (AC) passant par C ; on trace un arc de cercle de centre A et de rayon 10 cm, qui coupe cette perpendiculaire en B. On obtient le triangle ABC rectangle en C avec AB = 10 cm et AC = 8 cm.

2. Le triangle ABC est rectangle en C, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
$10^2 = 8^2 + BC^2$, donc $BC^2 = 100 - 64 = 36$ et $BC = \sqrt{36} = 6$. **BC = 6 cm.**

3. a. On place le point M sur [AB] à 2 cm de A (on reporte 2 cm au compas ou à la règle depuis A).

3. b. À l'équerre, on trace la droite perpendiculaire à (AC) passant par M ; elle coupe [AC] en E.

3. c. À l'équerre, on trace la droite perpendiculaire à (BC) passant par M ; elle coupe [BC] en F.

3. d. Le quadrilatère MFCE a trois angles droits connus : l'angle en C (le triangle ABC est rectangle en C), l'angle en E (car (ME) est perpendiculaire à (AC)) et l'angle en F (car (MF) est perpendiculaire à (BC)). On recopie donc :

Proposition 3 : Si un quadrilatère a 3 angles droits alors c'est un rectangle.

La proposition 1 demanderait de prouver aussi le quatrième angle droit, et la proposition 2 part d'un rectangle (elle sert à en déduire une propriété, pas à le prouver).

Exercice 5 – Lecture graphique d'une fonction *(3.5 pts)*

1. On part de 2 sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la courbe, puis on lit l'ordonnée sur l'axe des ordonnées. $f(2) \approx 6{,}3$**.**

2. On trace la droite horizontale d'ordonnée 5 : elle coupe la courbe en deux points, dont on lit les abscisses. **Les antécédents de 5 par f sont environ 5 et 7,5.**

3. Le point S est le point le plus bas de la courbe (le « creux ») : on le place entre les abscisses 6 et 6,5, juste sous la ligne d'ordonnée 5.

4. Par lecture graphique : **S a pour coordonnées environ (6,3 ; 4,9)**, c'est-à-dire $f(6{,}3) \approx 4{,}9$, la plus petite valeur prise par f sur le graphique.

> 💡 **Astuce.** Image : on part de l'axe des abscisses (horizontal). Antécédent : on part de l'axe des ordonnées (vertical). Laisse les traits de lecture en pointillés sur la feuille annexe, ils sont notés.

Exercice 6 – Volumes et aires : deux modèles de conteneurs *(4.5 pts)*

1. a. Conteneur A (pavé droit) : $V_A = 1 \times 1 \times 2 = 2$ m³.

Conteneur B : les deux demi-sphères forment une sphère de rayon $r = 0{,}58$ m, à laquelle s'ajoute un cylindre de même rayon et de hauteur $h = 1{,}15$ m.
$V_{\text{sphère}} = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 0{,}58^3 \approx 0{,}817$ m³.
$V_{\text{cylindre}} = \pi r^2 h = \pi \times 0{,}58^2 \times 1{,}15 \approx 1{,}215$ m³.
$V_B \approx 0{,}817 + 1{,}215 \approx 2{,}03$ m³.

Les deux conteneurs ont pratiquement le même volume : 2 m³ pour A et environ 2,03 m³ pour B.

1. b. Le conteneur A a des faces planes : il tient debout de façon stable sur le sol (le conteneur B repose sur une partie arrondie), et les six conteneurs A peuvent être placés côte à côte sans espace perdu, ce qui économise de la place sur le parking. Il est aussi plus simple à fabriquer (que des plaques rectangulaires).

2. a. Le conteneur A a deux faces carrées de 1 m de côté et quatre faces rectangulaires de 1 m sur 2 m :
$2 \times (1 \times 1) + 4 \times (1 \times 2) = 2 + 8 = 10$. **L'aire totale du conteneur A est 10 m².**

2. b. Les deux demi-sphères forment une sphère : $\text{A}_{\text{sphère}} = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 0{,}58^2 \approx 4{,}227$ m².
Aire latérale du cylindre : $2\pi r h = 2 \times \pi \times 0{,}58 \times 1{,}15 \approx 4{,}191$ m².
Total : $4{,}227 + 4{,}191 \approx 8{,}418$ m². **Arrondie à 0,1 m² près, l'aire du conteneur B est bien 8,4 m².**

(Les disques aux extrémités du cylindre ne comptent pas : ils sont recouverts par les demi-sphères.)

2. c. Les deux conteneurs sont faits du même matériau, de même épaisseur : le coût de fabrication est proportionnel à l'aire de matériau utilisée. Le conteneur B demande 8,4 m² contre 10 m² pour A (pour les six conteneurs : environ 50,4 m² contre 60 m²). **Le conteneur B est le plus économique à fabriquer.**

Exercice 7 – Tâche complexe : la hauteur du cocotier (Thalès) *(5 pts)*

Informations utiles. Moana mesure 1,80 m et fait 111 pas pour parcourir 100 m (document 1). D'après le croquis (document 2), les noix de coco sont posées à chaque pas à partir du pied du cocotier : Moana se tient au niveau de la 7$^{\text{e}}$ noix, et le rayon de soleil qui passe par le sommet du cocotier et par le sommet de sa tête touche le sol au niveau de la 10$^{\text{e}}$ noix.

Longueur d'un pas de Moana : $\dfrac{100}{111} \approx 0{,}90$ m.

Distances au sol :
– du pied du cocotier à l'extrémité de l'ombre (10$^{\text{e}}$ noix) : 10 pas, soit $10 \times \dfrac{100}{111} \approx 9{,}01$ m ;
– de Moana à l'extrémité de l'ombre (de la 7$^{\text{e}}$ à la 10$^{\text{e}}$ noix) : 3 pas, soit $3 \times \dfrac{100}{111} \approx 2{,}70$ m.

Configuration de Thalès. Notons P le point du sol à l'extrémité de l'ombre, C le pied du cocotier, S son sommet, M les pieds de Moana et T le sommet de sa tête. Les points P, M, C sont alignés, les points P, T, S sont alignés (rayon de soleil), et le cocotier et Moana sont tous deux verticaux, donc (MT) et (CS) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** :

$$\frac{CS}{MT} = \frac{PC}{PM}$$

$$CS = MT \times \frac{PC}{PM} = 1{,}80 \times \frac{9{,}01}{2{,}70} \approx 6{,}0 \text{ m.}$$

(Calcul exact : la longueur du pas se simplifie, $CS = 1{,}80 \times \dfrac{10 \text{ pas}}{3 \text{ pas}} = 1{,}80 \times \dfrac{10}{3} = 6$ m.)

Le cocotier mesure environ 6 m de haut.

> ⚠ **Piège.** Le document 1 contient des informations inutiles (dates de naissance, autres élèves) : ne prends que la ligne de Moana. Et dans le rapport de Thalès, compare les distances **à l'extrémité de l'ombre** (10 pas et 3 pas), pas la distance du cocotier à Moana (7 pas).

Exercice 8 – Probabilités, simulation et tableur *(7 pts)*

Les boules noires portent les numéros 1, 2, 3, 4 ; les boules blanches portent les numéros 2, 3, 5.

1. a. Lors de l'expérience n° 3, on a tiré la boule noire n° 2 et la boule blanche n° 3 ; la somme obtenue est $2 + 3 = 5$.

1. b. La case D5 contient la somme des numéros de l'expérience n° 4, situés en B5 et C5. **La formule est = B5 + C5.**

1. c. Le plus petit numéro noir est 1 et le plus petit numéro blanc est 2 : la plus petite somme possible est $1 + 2 = 3$. **On ne peut pas obtenir la somme 2.**

1. d. Pour obtenir 4 : noire 1 et blanche 3 ($1 + 3 = 4$), ou noire 2 et blanche 2 ($2 + 2 = 4$). **Il y a deux tirages possibles : (1 ; 3) et (2 ; 2)** (noire puis blanche).
La plus grande somme s'obtient avec les plus grands numéros : noire 4 et blanche 5. **La plus grande somme possible est** $4 + 5 = 9$**.**

2. a. Au cours des 50 premières expériences, la somme 9 est apparue 2 fois. Sa fréquence est $\dfrac{2}{50} = 0{,}04$. **La fréquence de la somme 9 est 0,04 (soit 4 %).**

2. b. La fréquence est l'effectif divisé par l'effectif total : l'effectif de la somme 3 est en B6 et l'effectif total en I6. **Dans la case B7, on a écrit : =B6/I6** (ou =B6/1000).

2. c. Quand le nombre d'expériences est grand, la fréquence se stabilise autour de la probabilité. Sur 5 000 expériences, la fréquence de la somme 3 est 0,081. **On peut estimer la probabilité d'obtenir la somme 3 à environ 0,08.**

Vérification : il y a $4 \times 3 = 12$ tirages équiprobables, et un seul donne la somme 3 (noire 1, blanche 2) : la probabilité exacte est $\dfrac{1}{12} \approx 0{,}083$, ce qui confirme l'estimation.

> 💡 **Astuce.** Pour une estimation de probabilité, prends toujours la fréquence obtenue sur le **plus grand** nombre d'expériences (ici 5 000) : c'est la plus fiable.

Conseils pour le jour J

Ce sujet compte huit exercices : ne perds pas de temps sur le QCM (aucune justification demandée), mais vérifie chaque réponse par un calcul rapide au brouillon. Pense à rendre la page du graphique de l'exercice 5 avec ta copie, en laissant visibles les traits de lecture.

L'exercice 7 est une tâche complexe : tout essai est valorisé. Commence par écrire les informations utiles (taille de Moana, 111 pas pour 100 m, 7^{e} et 10^{e} noix), fais un schéma simplifié avec deux triangles emboîtés, cite le théorème de Thalès et termine par une phrase avec l'unité. Même si tu n'aboutis pas, une démarche claire rapporte des points.

Aux exercices 2 et 3, les pièges sont classiques : la méthode du PGCD doit être écrite en entier (« précise la méthode »), et une hausse de 10 % par an se traduit par une multiplication par 1,1 chaque année, jamais par une addition de pourcentages.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).