Corrigé – Brevet 2013 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

QCM : vitesses, puissances de 10, fractions et racines, Système : grands et petits coquillages, Probabilités et aires de disques à la pizzeria, Réciproque de Pythagore et calcul de longueur, Théorème de Thalès : l'angle mort d'une camionnette, Volumes : pavé et pyramide, Statistiques et tableur : concours de mathématiques, Fonctions affines et lecture graphique : jeu vidéo

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : vitesses, puissances de 10, fractions et racines *(4 pts)*

1. Une fourmi parcourt quelques centimètres par seconde : 4 km/s (plus de 14 000 km/h) et 4 m/s (plus de 14 km/h, la vitesse d'un coureur) sont absurdes. **Réponse C : 4 cm/s.**

2. La distance Terre-Lune est d'environ 384 400 km, c'est-à-dire $3{,}844 \times 10^5$ km. La réponse B vaut 0,000 038 44 km (moins de 4 cm !) et la réponse C, 3,844 km, est bien trop petite. **Réponse A :** $3{,}844 \times 10^5$ **km.**

3. $625 = 5 \times 125$, donc $\dfrac{125}{625} = \dfrac{125 \times 1}{125 \times 5} = \dfrac{1}{5}$. **Réponse B :** $\dfrac{1}{5}$**.**

4. $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$. (Vérification : $(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$, alors que $6^2 = 36$ et $(4\sqrt{3})^2 = 48$.) **Réponse C :** $2\sqrt{3}$**.**

> 💡 **Astuce.** Pour simplifier une racine carrée, cherche le plus grand carré parfait qui divise le nombre (4, 9, 16, 25…) : $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3}$. Et vérifie toujours en élevant ta réponse au carré.

Exercice 2 – Système : grands et petits coquillages *(3 pts)*

Notons g le nombre de grands coquillages et p le nombre de petits.

– Il y a 20 coquillages en tout : $g + p = 20$.
– Mis bout à bout, ils mesurent 32 cm : $2g + 1 \times p = 32$, soit $2g + p = 32$.

En soustrayant la première équation à la seconde : $(2g + p) - (g + p) = 32 - 20$, donc $g = 12$. Puis $p = 20 - 12 = 8$.

Vérification : $12 + 8 = 20$ coquillages et $12 \times 2 + 8 \times 1 = 24 + 8 = 32$ cm.

L'enfant a 12 grands coquillages et 8 petits.

Autre méthode (sans équation) : si les 20 coquillages étaient petits, ils mesureraient 20 cm. Il manque 12 cm, et chaque grand coquillage ajoute 1 cm de plus qu'un petit : il y a donc 12 grands coquillages.

Exercice 3 – Probabilités et aires de disques à la pizzeria *(5 pts)*

1. Il y a 5 pizzas, choisies au hasard, donc 5 issues équiprobables. Les pizzas contenant des champignons sont la Classique, la Montagnarde et la Broussarde, soit 3 pizzas. **La probabilité qu'il y ait des champignons est** $\dfrac{3}{5}$ **(soit 0,6).**

2. Les pizzas à la crème sont la Montagnarde, la Lagon et la Broussarde : 3 pizzas. Parmi elles, seule la Montagnarde contient du jambon. **La probabilité d'avoir du jambon est** $\dfrac{1}{3}$**.**

3. La grande pizza est composée à moitié d'une variété et à moitié d'une *autre* : on choisit donc deux variétés différentes. Avec un arbre des possibles, il y a 5 choix pour la première moitié, puis 4 choix pour la seconde, soit $5 \times 4 = 20$ issues équiprobables.

Pour avoir des champignons sur toute la pizza, il faut que les deux moitiés soient choisies parmi les 3 pizzas aux champignons (Classique, Montagnarde, Broussarde) : 3 choix pour la première moitié, puis 2 pour la seconde, soit $3 \times 2 = 6$ issues favorables.

$p = \dfrac{6}{20} = \dfrac{3}{10}$. **La probabilité d'avoir des champignons sur toute la pizza est $\dfrac{3}{10}$ (soit 0,3).**

Si l'on ne tient pas compte de l'ordre des moitiés, on compte 10 associations possibles de deux variétés, dont 3 avec champignons (Classique-Montagnarde, Classique-Broussarde, Montagnarde-Broussarde) : on retrouve $\dfrac{3}{10}$.

> ⚠ **Piège.** « Avoir des champignons sur toute la pizza » signifie que les **deux** moitiés en contiennent. Une seule moitié aux champignons ne suffit pas.

4. L'aire d'un disque de rayon r est πr^2.

– Une pizza moyenne a un rayon de $30 \div 2 = 15$ cm : aire $= \pi \times 15^2 = 225\pi$ cm². Deux pizzas moyennes : $2 \times 225\pi = 450\pi \approx 1\,413{,}7$ cm².
– La grande pizza a un rayon de $44 \div 2 = 22$ cm : aire $= \pi \times 22^2 = 484\pi \approx 1\,520{,}5$ cm².

Comme $450\pi < 484\pi$, **deux pizzas moyennes donnent moins à manger qu'une grande pizza** (environ 1 414 cm² contre 1 521 cm²).

> ⚠ **Piège.** Deux diamètres de 30 cm font 60 cm, plus que 44 cm, mais ce sont les **aires** qu'il faut comparer : l'aire dépend du carré du rayon.

Exercice 4 – Réciproque de Pythagore et calcul de longueur *(4 pts)*

D'après la figure : AB = 4, AC = 5, CD = 3 et BE = 7 (unités de longueur de la figure).

1. C est le milieu de [BD], donc BC = CD = 3.
Dans le triangle ABC, le plus long côté est [AC].
D'une part, $AC^2 = 5^2 = 25$.
D'autre part, $AB^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.
On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle ABC est rectangle en B.**

2. Le triangle ABC est rectangle en B, donc les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires. Or C appartient à [BD], donc la droite (BC) est la droite (BD) ; et les points A, B, E sont alignés, donc la droite (AB) est la droite (BE). Ainsi (BD) et (BE) sont perpendiculaires : **le triangle BDE est rectangle en B.**

3. BD $= 2 \times$ BC $= 2 \times 3 = 6$ (C est le milieu de [BD]) et BE $= 7$.
Le triangle BDE est rectangle en B, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $ED^2 = BD^2 + BE^2 = 6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$.
$ED = \sqrt{85} \approx 9{,}22$. **ED ≈ 9,2 (arrondi au dixième).**

Exercice 5 – Théorème de Thalès : l'angle mort d'une camionnette *(4 pts)*

1. Les points C, D, E sont alignés, les points C, B, A sont alignés, et les droites (BD) et (AE) sont parallèles.
D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle CEA :

$$\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CA} = \frac{DB}{EA}$$

Donc $\frac{CD}{6} = \frac{1{,}10}{1{,}50}$, d'où $CD = \frac{6 \times 1{,}10}{1{,}50} = \frac{6{,}6}{1{,}5} = 4{,}4$. **DC = 4,40 m.**

2. D est sur le segment [EC], donc $ED = EC - DC = 6 - 4{,}4 = 1{,}6$. **On a bien ED = 1,60 m.**

3. La fillette se trouve en un point G de [EC] tel que EG = 1,40 m, donc CG = 6 − 1,40 = 4,60 m. Appelons H le point de [CA] situé à la verticale de G : (GH) est parallèle à (EA). La hauteur GH est la hauteur de la zone que le conducteur ne voit pas à cet endroit.

D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle CEA : $\frac{GH}{EA} = \frac{CG}{CE}$, donc $GH = \frac{1{,}50 \times 4{,}60}{6} = \frac{6{,}9}{6} = 1{,}15$ m.

À 1,40 m derrière la camionnette, la zone invisible a une hauteur de 1,15 m. La fillette mesure 1,10 m, et 1,10 < 1,15 : elle est entièrement dans la zone grisée. **Le conducteur ne peut pas la voir.**

Raisonnement plus rapide : en D, à 1,60 m de la camionnette, la zone invisible mesure déjà BD = 1,10 m, la taille exacte de la fillette ; plus près de la camionnette (1,40 m < 1,60 m), la zone grisée est encore plus haute, donc la fillette est cachée.

> 💡 **Astuce.** Écris toujours les trois rapports de Thalès en partant du sommet commun (ici C), puis ne garde que les deux utiles : tu évites ainsi de mélanger les longueurs.

Exercice 6 – Volumes : pavé et pyramide *(3.5 pts)*

1. $V_{\text{pavé}} = 20 \times 20 \times 8 = 3\,200$. **Le volume d'un pavé moussant est 3 200 cm³.**

2. La base de la pyramide est un carré de 20 cm de côté, d'aire $20 \times 20 = 400$ cm². Donc $V_{\text{pyramide}} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \frac{400 \times h}{3}$. **Le volume d'une pyramide moussante est bien $\frac{400h}{3}$ cm³.**

3. On veut $\frac{400h}{3} = 3\,200$, donc $400h = 9\,600$ et $h = \frac{9\,600}{400} = 24$.
Vérification : $\frac{400 \times 24}{3} = \frac{9\,600}{3} = 3\,200$ cm³.
La pyramide doit avoir une hauteur de 24 cm.

Exercice 7 – Statistiques et tableur : concours de mathématiques *(5.5 pts)*

1. Les catégories regroupent deux niveaux chacune :

– Intermédiaire (case E2) : 3e + 2nde = 638 + 238 = **876** ;
– Terminale (case G4) : Senior − 1re = 308 − 172 = **136** ;
– Effectif total (case G5) : 1 958 + 876 + 308 = **3 142**.

Vérification : 989 + 969 = 1 958 (Junior) et 989 + 969 + 638 + 238 + 172 + 136 = 3 142, ce qui est bien « plus de 3 000 élèves ».

Niveau	**5e**	**4e**	**3e**	**2nde**	**1re**	**Term**
Effectif par niveau	989	969	638	238	172	**136**

Catégorie	**Junior**	**Intermédiaire**	**Senior**
Effectif par catégorie	1 958	**876**	308

Effectif total : **3 142**.

2. Le plus grand effectif par niveau est 989. **C'est en 5e qu'il y a le plus d'inscrits.**

3. Les effectifs par catégorie sont 1 958, 876 et 308. **La catégorie Senior a le moins d'inscrits (308).**

4. $\dfrac{3\,142}{25} = 125{,}68$. **En moyenne, environ 126 élèves par établissement ont participé.**

5. L'effectif total est la somme des trois catégories, qui se trouvent dans les cases C2, E2 et G2. **Dans la case G5, on écrit : =C2+E2+G2** (ou, de façon équivalente, =SOMME(B4:G4), qui additionne les six niveaux).

Exercice 8 – Fonctions affines et lecture graphique : jeu vidéo *(7 pts)*

1. Au niveau 0, le guerrier a 50 points, le mage 0 point et le chasseur 40 points. **Au début, le guerrier est le plus fort et le mage est le moins fort.**

2. Le guerrier garde 50 points ; le mage a $3\times$ niveau ; le chasseur a $40+$ niveau.

Niveau	**0**	**1**	**5**	**10**	**15**	**25**
Points du Guerrier	50	50	50	50	50	50
Points du Mage	0	3	15	30	45	75
Points du Chasseur	40	41	45	50	55	65

3. On cherche le niveau x tel que $40 + x = 50$, soit $x = 10$ (c'est d'ailleurs visible dans le tableau : 50 points chacun au niveau 10). **Le chasseur a autant de points que le guerrier au niveau 10.**

4.
– $f(x) = 3x$: 0 point au départ, 3 points par niveau : **le mage** ;
– $g(x) = 50$: 50 points, constant : **le guerrier** ;
– $h(x) = x + 40$: 40 points au départ, 1 point par niveau : **le chasseur**.

5. Les fonctions f et h sont affines : leurs représentations sont des droites, qu'on trace à partir de deux points pris dans le tableau.
– Droite de f (mage) : elle passe par l'origine O(0 ; 0) et par le point (25 ; 75) (et aussi par (10 ; 30)).
– Droite de h (chasseur) : elle passe par (0 ; 40) et par (25 ; 65) (et aussi par (10 ; 50)).
On trace chaque droite à la règle sur toute la largeur du repère et on note son nom à côté.

6. Sur le graphique, la droite de f coupe la droite de g (guerrier) vers le niveau 17 (exactement $50 \div 3 \approx 16{,}7$), puis coupe la droite de h (chasseur) au point de coordonnées (20 ; 60). Au-delà de ce point, la droite du mage est au-dessus des deux autres. **Le mage devient le plus fort à partir du niveau 20** : au niveau 20, il est à égalité avec le chasseur (60 points chacun) et il est strictement le plus fort dès le niveau 21 (63 points contre 61 et 50).

Vérification par le calcul : $3x = x + 40$ donne $2x = 40$, soit $x = 20$.

> 💡 **Astuce.** « Le plus fort » signifie au-dessus des **deux** autres droites : le croisement avec le guerrier (vers 16,7) ne suffit pas, car le chasseur est encore devant à ce moment-là.

Conseils pour le jour J

Ce sujet est long (huit exercices) mais chacun est court : ne t'attarde pas sur le QCM (exercice 1), où aucune justification n'est demandée, et garde du temps pour l'exercice 8, le plus rentable (7 points), qui se fait presque entièrement à partir du tableau. Pense à compléter et rendre les annexes : un tableau rempli et des droites tracées proprement rapportent des points même sans phrase.

En géométrie (exercices 4 et 5), nomme toujours la propriété utilisée : « réciproque du théorème de Pythagore » pour prouver qu'un triangle est rectangle, « théorème de Pythagore » pour calculer une longueur, « théorème de Thalès » avec les alignements et le parallélisme rappelés. À la question 3 de l'exercice 5, un simple « oui » ou « non » ne suffit pas : il faut comparer une hauteur calculée (1,15 m) à la taille de la fillette.

Dans les problèmes concrets (pizzas, coquillages), termine par une phrase réponse avec l'unité. Pour comparer des pizzas, ce sont les aires qu'on compare, jamais les diamètres.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).