Corrigé – Brevet 2013 – mathématiques – Métropole

Lecture graphique : aire d'un carré inscrit, Tableur : fonction affine et fonction carré, Statistiques : salaires des hommes et des femmes, Angles : trigonométrie, cercle et pentagone régulier, Transport de parpaings : masse, volume et coût, Thalès et volume d'un cône de sel, Vrai ou faux : fractions, pourcentages, calcul littéral

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Lecture graphique : aire d'un carré inscrit *(4 pts)*

Aucune justification n'est attendue : on lit le graphique en traçant des pointillés.

1. La droite horizontale d'ordonnée 10 coupe la courbe en deux points, d'abscisses 1 et 3. **L'aire de MNPQ vaut 10 cm² pour AM = 1 cm ou AM = 3 cm.**

2. Le point de la courbe d'abscisse 0,5 a pour ordonnée environ 12,5. **Pour AM = 0,5 cm, l'aire de MNPQ est d'environ 12,5 cm².**

3. Le point le plus bas de la courbe a pour coordonnées (2 ; 8). **L'aire est minimale pour AM = 2 cm (M milieu de [AB]) ; elle vaut alors 8 cm².**

> **Astuce.** Tu peux vérifier tes lectures par le calcul : avec AM $= x$, les quatre triangles rectangles des coins ont pour côtés x et $4-x$, donc l'aire de MNPQ vaut $16 - 4 \times \dfrac{x(4-x)}{2} = 2x^2 - 8x + 16$. Pour $x = 0{,}5$: $0{,}5 - 4 + 16 = 12{,}5$; pour $x = 2$: $8 - 16 + 16 = 8$.

Exercice 2 – Tableur : fonction affine et fonction carré *(4 pts)*

1. Dans le tableur, sous $x = -3$ (colonne B), la ligne $f(x)$ affiche 22. **L'image de -3 par f est 22** : $f(-3) = 22$.

2. La formule de la cellule C2 est « =-5*C1+7 », donc $f(x) = -5x + 7$. Ainsi $f(7) = -5 \times 7 + 7 = -35 + 7 = -28$. **$f(7) = -28$.**

3. La formule saisie en C2 calcule -5 fois la valeur de C1 (la valeur de x) plus 7. **$f(x) = -5x + 7$.** (Vérification : $f(0) = 7$ et $f(1) = 2$, comme dans le tableau.)

4. La formule doit calculer le carré de la valeur de x située en B1, puis ajouter 4. **Formule en B3 : =B1*B1+4** (ou =B1^2+4). Recopiée vers la droite, elle devient =C1*C1+4, =D1*D1+4, etc. Vérification : $(-3)^2 + 4 = 9 + 4 = 13$, valeur affichée en B3.

Exercice 3 – Statistiques : salaires des hommes et des femmes *(6 pts)*

1. Salaire moyen des femmes (10 salaires) :
$$\frac{1\,200 + 1\,230 + 1\,250 + 1\,310 + 1\,376 + 1\,400 + 1\,440 + 1\,500 + 1\,700 + 2\,100}{10} = \frac{14\,506}{10} = 1\,450{,}6.$$
Le salaire moyen des femmes est de 1 450,60 €, celui des hommes de 1 769 €. **Le salaire moyen des hommes est supérieur de 318,40 € à celui des femmes** ($1\,769 - 1\,450{,}6 = 318{,}4$).

2. L'entreprise compte 10 femmes et 20 hommes, soit 30 personnes, toutes ayant la même chance d'être tirées. $P(\text{femme}) = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$. **La probabilité que ce soit une femme est $\dfrac{1}{3}$.**

3. Le plus bas salaire des femmes est 1 200 €. Le salaire de 1 000 € est donc celui d'un homme : c'est le plus petit salaire des hommes. L'étendue des salaires des hommes est 2 400 €, donc le plus haut salaire des hommes est $1\,000 + 2\,400 = 3\,400$ €. Il dépasse le plus haut salaire des femmes (2 100 €). **Le salaire le plus élevé de l'entreprise est 3 400 €.**

4. Chez les hommes : il y a 20 salaires, tous différents, et la médiane vaut 2 000 €. Avec un effectif pair, la médiane est la moyenne de la 10^{e} et de la 11^{e} valeur ; comme ces deux valeurs sont différentes, la 10^{e} est inférieure à 2 000 € et la 11^{e} supérieure. Exactement 10 hommes gagnent donc plus de 2 000 €.
Chez les femmes : une seule gagne plus de 2 000 € (2 100 €).
Dans l'entreprise, 11 personnes gagnent plus de 2 000 €.

> ⚠ **Piège.** La phrase « les salaires des hommes sont tous différents » est indispensable : sans elle, plusieurs hommes pourraient gagner exactement 2 000 € et on ne pourrait pas conclure. Pense aussi aux femmes : la question porte sur toute l'entreprise.

Exercice 4 – Angles : trigonométrie, cercle et pentagone régulier *(5 pts)*

Figure 1. Le triangle ABC est rectangle en A, d'hypoténuse [BC]. Pour l'angle $\widehat{ABC}$, AC est le côté opposé. D'après la définition du sinus : $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{3}{6} = 0{,}5$. **Donc $\widehat{ABC} = 30°$.**

Figure 2. Le triangle ABC est inscrit dans le cercle et son côté [AB] est un diamètre de ce cercle : il est donc rectangle en C. La somme des angles d'un triangle vaut 180°, donc $\widehat{ABC} = 180° - 90° - 59°$. $\widehat{ABC} = 31°$**.**

Figure 3. D'après le codage, ABCDE est un pentagone régulier de centre O (cinq côtés égaux, OA = OB = OC = OD = OE). Les cinq angles au centre sont égaux : $\widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \dfrac{360°}{5} = 72°$. Le triangle AOB est isocèle en O, donc ses angles à la base sont égaux : $\widehat{OBA} = \dfrac{180° - 72°}{2} = 54°$. De même, $\widehat{OBC} = 54°$. Ainsi $\widehat{ABC} = 54° + 54°$. $\widehat{ABC} = 108°$**.**

Exercice 5 – Transport de parpaings : masse, volume et coût *(7 pts)*

1. Masse totale des parpaings : $300 \times 10 = 3\,000$ kg, soit 3 tonnes. Le fourgon ne peut transporter que 1,7 tonne : un seul voyage est impossible ($3 > 1{,}7$). En deux voyages, on transporte 150 parpaings à chaque fois, soit $150 \times 10 = 1\,500$ kg $= 1{,}5$ t, ce qui ne dépasse pas 1,7 t.
Le volume ne pose pas de problème : un parpaing occupe $0{,}5 \times 0{,}2 \times 0{,}1 = 0{,}01$ m³, donc 150 parpaings occupent 1,5 m³, alors que le fourgon offre $2{,}60 \times 1{,}56 \times 1{,}84 \approx 7{,}46$ m³.
C'est la charge maximale qui l'oblige à faire deux allers-retours.

2. *Distance parcourue.* Le fourgon part du magasin et doit y revenir. Il fait magasin → maison → magasin → maison → magasin, soit $4 \times 10 = 40$ km.
Location. Pour 40 km, le forfait « 1 jour, 50 km maximum » coûte 55 €. (Le forfait 30 km obligerait à payer 10 km supplémentaires : $48 + 10 \times 2 = 68$ €, plus cher.)
Carburant. Consommation : $\dfrac{8 \times 40}{100} = 3{,}2$ litres, soit $3{,}2 \times 1{,}50 = 4{,}80$ €.
Total. $55 + 4{,}80 = 59{,}80$. **Le coût total du transport est de 59,80 €.**

> ⚠ **Piège.** Deux allers-retours de 10 km font 40 km, pas 20 km : un aller-retour, c'est l'aller et le retour. Et n'oublie pas le carburant, que les tarifs ne comprennent pas.

3. On compare les prix par kilomètre autorisé : $\dfrac{48}{30} = 1{,}6$ €/km et $\dfrac{55}{50} = 1{,}1$ €/km. Ces quotients sont différents. **Les tarifs ne sont pas proportionnels à la distance maximale autorisée.**

Exercice 6 – Thalès et volume d'un cône de sel *(5.5 pts)*

1. a. Le bâton [BC] et la hauteur [OS] du cône sont tous les deux perpendiculaires au sol (AL) : ils sont donc parallèles. Les points A, B, O sont alignés, ainsi que A, C, S. On calcule $AO = AB + BE + EO = 3{,}20 + 2{,}30 + 2{,}50 = 8$ m (EO est le rayon du cône, la moitié de 5 m).
D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle AOS : $\dfrac{AB}{AO} = \dfrac{BC}{OS}$, soit $\dfrac{3{,}2}{8} = \dfrac{1}{OS}$.
Donc $OS = \dfrac{8 \times 1}{3{,}2} = 2{,}5$. **La hauteur du cône de sel est bien de 2,50 m.**

1. b. Rayon : 2,5 m ; hauteur : 2,5 m.
$V = \dfrac{\pi \times 2{,}5^2 \times 2{,}5}{3} = \dfrac{15{,}625\pi}{3} \approx 16{,}36$ m³.
Le cône contient environ 16 m³ de sel.

2. On cherche le rayon r d'un cône de volume 1 000 m³ et de hauteur 6 m (hauteur maximale ; plus la hauteur est grande, plus le rayon nécessaire est petit, donc le rayon minimal correspond à $h = 6$ m).
$\dfrac{\pi \times r^2 \times 6}{3} = 1\,000$, soit $2\pi r^2 = 1\,000$, donc $r^2 = \dfrac{1\,000}{2\pi} \approx 159{,}15$ et $r = \sqrt{\dfrac{1\,000}{2\pi}} \approx 12{,}62$ m.
Il faut prévoir un rayon d'au moins 12,6 m environ (arrondi au décimètre). Vérification :
$\dfrac{\pi \times 12{,}62^2 \times 6}{3} \approx 1\,000{,}7$ m³.

> 💡 **Astuce.** Le rayon exact minimal est 12,62 m. Avec 12,6 m tout juste, la hauteur serait d'environ 6,02 m : sur une copie, tu peux préciser qu'en pratique on choisit 12,7 m (arrondi par excès) pour être sûr de respecter la limite de 6 m.

Exercice 7 – Vrai ou faux : fractions, pourcentages, calcul littéral *(4.5 pts)*

Affirmation 1 : vraie. Les mineurs représentent $\dfrac{3}{4}$ des adhérents, donc les majeurs $1 - \dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{4}$. Le tiers des majeurs a plus de 25 ans, soit $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{12}$ des adhérents. Les adhérents qui ont entre 18 et 25 ans représentent donc $\dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{12} = \dfrac{3}{12} - \dfrac{1}{12} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$ des adhérents, c'est-à-dire un adhérent sur six. (Exemple avec 120 adhérents : 90 mineurs, 30 majeurs dont 10 de plus de 25 ans, il reste 20 adhérents de 18 à 25 ans, et $\dfrac{20}{120} = \dfrac{1}{6}$.)

Affirmation 2 : fausse. Baisser un prix de 30 % revient à le multiplier par 0,7 ; le baisser ensuite de 20 % revient à le multiplier par 0,8. Au total, le prix est multiplié par $0{,}7 \times 0{,}8 = 0{,}56$: il a baissé de 44 %, et non de 50 %. Contre-exemple : un article à 100 € passe à 70 €, puis à $70 \times 0{,}8 = 56$ € ; il a baissé de 44 €, soit 44 %.

> ⚠ **Piège.** Des pourcentages successifs ne s'additionnent pas : la deuxième baisse s'applique au prix déjà réduit, pas au prix de départ.

Affirmation 3 : vraie. On développe avec les identités remarquables : $(n+1)^2 - (n-1)^2 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1) = n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1 = 4n$. Pour tout entier n, $4n = 4 \times n$ est un multiple de 4. (Vérification avec $n = 3$: $16 - 4 = 12 = 4 \times 3$.)

Conseils pour le jour J

Ce sujet, noté sur 36 points (plus 4 points de présentation), exige que toutes les réponses soient justifiées, sauf à l'exercice 1 : ne te contente jamais d'un résultat nu. À l'exercice 4, nomme la propriété utilisée pour chaque figure (sinus dans le triangle rectangle, triangle inscrit dans un demi-cercle, angles au centre du pentagone régulier).

Les exercices 3 et 5 sont des problèmes à étapes : écris une phrase pour chaque étape (masse, nombre de voyages, distance, location, carburant), car chaque étape juste rapporte des points même si le total est faux. À l'exercice 3, relis bien les informations sur les hommes : étendue et médiane se combinent avec la donnée « le plus bas salaire de l'entreprise ».

Pour le vrai/faux, un seul contre-exemple suffit à prouver qu'une affirmation est fausse, mais une affirmation vraie se démontre dans le cas général (calcul littéral pour l'affirmation 3). Garde 15 minutes pour l'exercice 6 : la mise en place de Thalès avec $\mathrm{AO} = 8$ m est la clé.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).