Corrigé – Brevet 2013 – mathématiques – Centres étrangers

QCM : équations, calcul littéral, cône et section de cube, Probabilités et fréquences avec un jeu de 32 cartes, Triangle isocèle et cercle circonscrit, Fonctions : abonnés et recette d'une revue, Statistiques sur le SMIC et pourcentages d'évolution, Thalès dans un carré : trouver CF, Posologie d'un médicament et formule de Mosteller

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : équations, calcul littéral, cône et section de cube *(6 pts)*

1. Réponse A. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $x+7=0$ ou $2x-7=0$, soit $x=-7$ ou $x=\dfrac{7}{2}=3{,}5$. **Les solutions sont -7 et $3{,}5$.**

2. Réponse B. On divise les deux membres par -2, nombre négatif, donc on change le sens de l'inégalité : $-2(x+7)\leqslant -16 \iff x+7\geqslant 8 \iff x\geqslant 1$. **Les solutions sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 1.** (Vérification avec $x=2$: $-2\times 9=-18\leqslant -16$, c'est juste.)

> ⚠ **Piège.** Multiplier ou diviser une inéquation par un nombre négatif inverse le sens du symbole. La réponse A est construite exactement sur cet oubli.

3. Réponse B. D'après l'identité remarquable $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ avec $a=7x$ et $b=5$: $(7x-5)^2=49x^2-2\times 7x\times 5+25=49x^2-70x+25$. **La forme développée est $49x^2-70x+25$.**

4. Réponse C. $9-64x^2=3^2-(8x)^2$ est de la forme $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ avec $a=3$ et $b=8x$. **Donc $9-64x^2=(3-8x)(3+8x)$.**

5. Réponse B. Le liquide forme un cône qui est une réduction du cône du verre, de coefficient $k=\dfrac{h/2}{h}=\dfrac{1}{2}$. Dans une réduction de coefficient k, les volumes sont multipliés par k^3 : $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$. Le liquide n'occupe donc que $\dfrac{1}{8}$ du verre. **Non, c'est moins de la moitié.**

6. Réponse C. La section d'un cube (pavé droit) par un plan parallèle à une arête est un rectangle. Ici le plan contient l'arête [EH] : [KM] est parallèle à [EH] et de même longueur (une arête du cube), et (EH) est perpendiculaire à la face qui contient [EM], donc l'angle $\widehat{HEM}$ est droit. Ce n'est pas un carré car M est sur [AB], distinct de A : dans le triangle EAM rectangle en A, l'hypoténuse EM est plus longue que EA, qui est une arête, donc $EM\neq EH$. **La section KMEH est un rectangle.**

Exercice 2 – Probabilités et fréquences avec un jeu de 32 cartes *(4 pts)*

1. Les 32 cartes ont la même chance d'être tirées et 8 d'entre elles sont des trèfles : $P(A)=\dfrac{8}{32}=\dfrac{1}{4}$. **La probabilité de l'évènement A est $\dfrac{1}{4}=0{,}25$.**

2. On lit sur le diagramme : cœur 6 fois, trèfle 8 fois, carreau 3 fois, pique 7 fois (total : $6+8+3+7=24$ tirages, ce qui est cohérent).
Fréquence de « cœur » : $\dfrac{6}{24}=\dfrac{1}{4}=0{,}25$, soit **25 %**.
Fréquence de « trèfle » : $\dfrac{8}{24}=\dfrac{1}{3}\approx 0{,}33$, soit **environ 33 %**.

3. Les tirages se font avec remise : à chaque tirage, le jeu contient de nouveau 8 cœurs et 8 trèfles sur 32 cartes. Les résultats des tirages précédents n'ont aucune influence. La probabilité de tirer un cœur vaut $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ et celle de tirer un trèfle aussi. **Aucun des deux n'a plus de chance que l'autre : Arthur et Julie ont chacun une probabilité $\frac{1}{4}$ de gagner.**

> ⚠ **Piège.** Ne confonds pas fréquence observée et probabilité : le trèfle est sorti plus souvent sur 24 tirages, mais cela ne change rien à la probabilité du tirage suivant, qui reste $\frac{1}{4}$.

Exercice 3 – Triangle isocèle et cercle circonscrit *(6 pts)*

1. Le triangle ABC est isocèle en A, donc A est sur la médiatrice de [BC] ; O, centre du cercle circonscrit, est aussi sur cette médiatrice. La droite (AO) est donc l'axe de symétrie du triangle et coupe l'angle $\widehat{BAC}$ en deux angles égaux : $\widehat{BAM} = \frac{50^\circ}{2}$. **$\widehat{BAM} = 25^\circ$.**

2. La droite (OA) passe par le centre O du cercle et recoupe le cercle en M : [AM] est donc un diamètre du cercle (C). Le point B appartient à ce cercle. Or, si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors il est rectangle et ce diamètre est son hypoténuse. **Le triangle BAM est rectangle en B.**

3. Dans le triangle BAM rectangle en B, on connaît l'angle $\widehat{BAM} = 25^\circ$, le côté adjacent AB $= 5$ cm et on cherche l'hypoténuse AM. On utilise le cosinus :
$\cos\widehat{BAM} = \frac{AB}{AM}$, donc $AM = \frac{AB}{\cos 25^\circ} = \frac{5}{\cos 25^\circ} \approx 5{,}517$ cm.
AM ≈ 5,5 cm (arrondi au dixième). Vérification : $5{,}517 \times \cos 25^\circ \approx 5{,}517 \times 0{,}906 \approx 5{,}0$.

4. Le point K est sur le cercle (C), du même côté que A par rapport à la corde [BC] (K est diamétralement opposé à B). Les angles inscrits $\widehat{BKC}$ et $\widehat{BAC}$ interceptent le même arc $\overset{\frown}{BC}$. Or deux angles inscrits qui interceptent le même arc ont la même mesure. **Donc $\widehat{BKC} = \widehat{BAC} = 50^\circ$.** (On peut aussi passer par l'angle au centre : $\widehat{BOC} = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$, et l'angle inscrit vaut la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc.)

Exercice 4 – Fonctions : abonnés et recette d'une revue *(7 pts)*

1. $A(x) = -50x + 1\,250$ est une fonction affine mais pas linéaire, car elle a une ordonnée à l'origine non nulle (1 250). Sa représentation graphique est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère (et elle est même décroissante). **Le nombre d'abonnés n'est donc pas proportionnel au prix de la revue.**

2. $A(10) = -50 \times 10 + 1\,250 = -500 + 1\,250 = 750$. **On a bien $A(10) = 750$: lorsque la revue coûte 10 €, elle compte 750 abonnés.**

3. $R(x) = -50x^2 + 1\,250x$ contient un terme en x^2 : elle ne peut pas s'écrire sous la forme $ax + b$. D'ailleurs sa représentation graphique est une courbe et non une droite. **La fonction R n'est pas affine.**

4. Le point le plus haut de la courbe de R a pour abscisse environ 12,5 (son ordonnée est un peu inférieure à 8 000). **La recette est maximale pour un prix d'environ 12,50 €.** (Vérification : $R(12{,}5) = -50 \times 156{,}25 + 1\,250 \times 12{,}5 = -7\,812{,}5 + 15\,625 = 7\,812{,}5$ €.)

5. On trace la droite horizontale d'ordonnée 6 800 : elle coupe la courbe de R en deux points, d'abscisses 8 et 17. **Les antécédents de 6 800 par R sont 8 et 17.** Vérification : $R(8) = -50 \times 64 + 10\,000 = 6\,800$ et $R(17) = -50 \times 289 + 21\,250 = -14\,450 + 21\,250 = 6\,800$.

6. Nombre d'abonnés : $A(5) = -50 \times 5 + 1\,250 = -250 + 1\,250 = 1\,000$.
Recette : $R(5) = -50 \times 25 + 1\,250 \times 5 = -1\,250 + 6\,250 = 5\,000$.

À 5 €, la revue compte 1 000 abonnés et la recette est de 5 000 € (ce qui est cohérent : $1\,000 \times 5 = 5\,000$).

> 💡 **Astuce.** Remarque que $R(x) = x \times A(x)$: la recette, c'est le prix multiplié par le nombre d'abonnés. Ce lien permet de vérifier chacune de tes réponses.

Exercice 5 – Statistiques sur le SMIC et pourcentages d'évolution *(4 pts)*

1. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur : $9{,}40 - 6{,}67 = 2{,}73$. **L'étendue est de 2,73 €** : entre 2001 et 2011, le SMIC horaire brut a augmenté de 2,73 €.

2. La série compte 11 valeurs. Rangées dans l'ordre croissant (ici, l'ordre chronologique, car le SMIC augmente chaque année) : 6,67 ; 6,83 ; 7,19 ; 7,61 ; 8,03 ; **8,27** ; 8,44 ; 8,63 ; 8,82 ; 9,00 ; 9,40. Comme 11 est impair, la médiane est la 6^{e} valeur (5 valeurs avant, 5 après). **La médiane est 8,27 €.**

3. Le pourcentage d'augmentation se calcule par rapport à la valeur de départ.
Entre 2001 et 2002 : $\dfrac{0{,}16}{6{,}67} \approx 0{,}0240$, soit environ 2,40 %.
Entre 2007 et 2008 : $\dfrac{0{,}19}{8{,}44} \approx 0{,}0225$, soit environ 2,25 %.
Comme $2{,}25\ \% < 2{,}40\ \%$, **Paul a tort** : l'augmentation de 2007 à 2008 est plus forte en centimes, mais plus faible en pourcentage, car elle porte sur un salaire de départ plus élevé.

Exercice 6 – Thalès dans un carré : trouver CF *(4 pts)*

Notons $x = \text{CF}$ (en cm), avec $0 \leqslant x \leqslant 6$.

Expression de BM. Les droites (BE) et (CD) sont parallèles (côtés opposés du carré BCDE). Les points A, B, C sont alignés, ainsi que A, M, F. D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle ACF (avec M sur [AF] et B sur [AC]) :
$\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BM}{CF}$, avec $AC = AB + BC = 3 + 6 = 9$ cm, donc $\dfrac{3}{9} = \dfrac{BM}{x}$ et $BM = \dfrac{x}{3}$.

Expression de FD. F est sur [CD] et CD = 6 cm, donc $FD = 6 - x$.

Équation. On veut BM = FD : $\dfrac{x}{3} = 6 - x$, d'où $x = 18 - 3x$, puis $4x = 18$ et $x = 4{,}5$.

Il faut CF = 4,5 cm. Vérification : $BM = \dfrac{4{,}5}{3} = 1{,}5$ cm et $FD = 6 - 4{,}5 = 1{,}5$ cm : les deux longueurs sont bien égales.

> 💡 **Astuce.** Quand on cherche une longueur inconnue, nomme-la x, exprime les deux longueurs à comparer en fonction de x, puis écris l'équation. Même incomplète, cette démarche rapporte des points ici.

Exercice 7 – Posologie d'un médicament et formule de Mosteller *(5 pts)*

1. La posologie impose 70 mg par mètre carré de surface corporelle, **sans dépasser 70 mg par jour**. Joé a reçu 100 mg, ce qui dépasse le maximum de 70 mg. (Sa surface corporelle vaut $\sqrt{\dfrac{150 \times 50}{3\,600}} \approx 1{,}44$ m², ce qui donnerait $70 \times 1{,}44 \approx 101$ mg, mais ce calcul est plafonné à 70 mg.) **La posologie n'a pas été respectée pour Joé.**

2. Lou mesure 1,05 m, soit 105 cm, et pèse 17,5 kg. D'après la formule de Mosteller :
$S = \sqrt{\dfrac{105 \times 17{,}5}{3\,600}} = \sqrt{\dfrac{1\,837{,}5}{3\,600}} \approx \sqrt{0{,}5104} \approx 0{,}714$.

La surface corporelle de Lou est bien d'environ 0,71 m².

> ⚠ **Piège.** La formule demande la taille en centimètres : 1,05 m = 105 cm. Avec 1,05, tu trouverais environ 0,07 m², une valeur absurde pour un enfant.

3. Dose prévue pour Lou : $70 \times 0{,}714 \approx 50$ mg (avec la valeur arrondie, $70 \times 0{,}71 = 49{,}7$ mg). Cette dose est inférieure au plafond de 70 mg par jour. Lou a reçu 50 mg. **La posologie a été respectée pour Lou.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet de 2013 est noté sur 36 points (plus 4 points de présentation et de rédaction) : soigne tes phrases de conclusion et l'unité de chaque résultat, elles comptent. Au QCM, aucune justification n'est exigée, mais refais chaque calcul au brouillon : les mauvaises réponses sont fabriquées sur les erreurs classiques (sens de l'inégalité, double produit oublié, volume divisé par 2 au lieu de 8).

À l'exercice 3, nomme les propriétés : « triangle inscrit dans un cercle ayant pour côté un diamètre » pour l'angle droit, puis « cosinus » dans le triangle rectangle, et « angles inscrits interceptant le même arc » pour la dernière question. À l'exercice 4, une lecture graphique se fait en traçant des pointillés sur le graphique, puis se vérifie par un calcul rapide.

Les exercices 6 et 7 valorisent toute trace de recherche : même si tu ne trouves pas CF, écris BM en fonction de CF avec Thalès. À l'exercice 7, lis bien la consigne du médicament : le plafond de 70 mg par jour suffit à répondre pour Joé, sans calcul long.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).