Corrigé – Brevet 2013 – mathématiques – Brevet secours Am du Sud nov 2013 (remplacement)

QCM : calcul, racines, écriture scientifique, fonction, médiane, Deux programmes de calcul et calcul littéral, Funiculaire : Pythagore, trigonométrie, vitesse et Thalès, Gélules : conversions de masse et volume, Enclos contre un mur : fonction, tableur et lecture graphique, Problème : prix des places de cinéma (système)

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – QCM : calcul, racines, écriture scientifique, fonction, médiane *(5 pts)*

Aucune justification n'est demandée ; elles sont données ici pour comprendre.

1. Réponse B : $\frac{5}{3} - \frac{2}{5} + \frac{2}{3}$. D'après les règles de priorité, la division est effectuée avant l'addition et la soustraction : $\frac{2}{3} : \frac{5}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$. L'expression vaut donc $\frac{5}{3} - \frac{2}{5} + \frac{2}{3}$ (soit $\frac{29}{15}$).

2. Réponse C : $21 + 4\sqrt{5}$. $x^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 = 4 \times 5 = 20$ et $2x = 4\sqrt{5}$, donc $x^2 + 2x + 1 = 20 + 4\sqrt{5} + 1 = 21 + 4\sqrt{5}$.

3. Réponse B : $7{,}23 \times 10^{-3}$. L'écriture scientifique est de la forme $a \times 10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$; or $0{,}007\,23 = 7{,}23 \times 0{,}001 = 7{,}23 \times 10^{-3}$. (La réponse A est égale au nombre, mais 723 n'est pas compris entre 1 et 10.)

4. Réponse C : 0 a pour antécédents 0 et 1. $f(0) = 0^2 - 0 = 0$ et $f(1) = 1^2 - 1 = 0$. (Les réponses A et B sont fausses : $f(-1) = (-1)^2 - (-1) = 1 + 1 = 2$.)

5. Réponse B : 11. Les 7 notes sont déjà rangées dans l'ordre croissant ; la médiane est la 4^{e} valeur (3 notes avant, 3 notes après) : 6 ; 6 ; 9 ; **11** ; 12 ; 12 ; 14.

> ⚠ **Piège.** À la question 1, la réponse A correspond au calcul $\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{5}{3} + \frac{2}{3}\right)$, avec des parenthèses qui n'existent pas dans l'énoncé. Applique toujours les priorités : multiplications et divisions d'abord.

Exercice 2 – Deux programmes de calcul et calcul littéral *(6 pts)*

1. Avec 3 dans le programme A : $3 - 1 = 2$; $2^2 = 4$; le double du nombre de départ est $2 \times 3 = 6$; $4 + 6 = 10$. **On obtient bien 10.**

2. Avec 3 dans le programme B : $3^2 = 9$; $9 + 1 = 10$. **On obtient 10.**

3. Avec -2 dans le programme A : $-2 - 1 = -3$; $(-3)^2 = 9$; le double du nombre de départ est $2 \times (-2) = -4$; $9 + (-4) = 5$. **On obtient 5.**

4. En notant x le nombre de départ, le programme B donne $x^2 + 1$. On résout $x^2 + 1 = 5$, soit $x^2 = 4$. Cette équation a deux solutions : $x = 2$ et $x = -2$ (car $2^2 = 4$ et $(-2)^2 = 4$). **Il faut choisir 2 ou -2.**

5. Avec un nombre de départ x quelconque :
Programme A : $(x - 1)^2 + 2x = x^2 - 2x + 1 + 2x = x^2 + 1$ (identité remarquable $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$).
Programme B : $x^2 + 1$.
Les deux programmes donnent la même expression pour tout nombre x. **Henri a raison : les deux programmes fournissent toujours le même résultat.**

> 💡 **Astuce.** Les questions 1 à 3 te donnent des indices (10 et 10 avec 3, puis 5 avec -2 dans A, comme 2 ou -2 dans B) : mais seuls quelques exemples ne prouvent rien. Pour « toujours », il faut le calcul littéral avec x.

Exercice 3 – Funiculaire : Pythagore, trigonométrie, vitesse et Thalès *(8 pts)*

Les altitudes se mesurent à partir de la droite horizontale (KI), qui est à l'altitude de la gare inférieure I (415 m) ; les segments [SL] et [JK] sont verticaux, donc perpendiculaires à (KI).

1. $SL = 1\,075 - 415 = 660$ m et $JK = 1\,165 - 415 = 750$ m. **SL = 660 m et JK = 750 m.**

2. a. Le triangle SLI est rectangle en L. D'après le **théorème de Pythagore** : $SI^2 = SL^2 + LI^2 = 660^2 + 880^2 = 435\,600 + 774\,400 = 1\,210\,000$, donc $SI = \sqrt{1\,210\,000} = 1\,100$. **Le trajet SI entre les deux gares mesure bien 1 100 m.**

2. b. Dans le triangle SLI rectangle en L : $\tan\widehat{SIL} = \dfrac{SL}{LI} = \dfrac{660}{880} = 0{,}75$, donc $\widehat{SIL} \approx 36{,}87°$. **L'angle $\widehat{SIL}$ mesure environ 37°.** (On peut aussi utiliser $\sin\widehat{SIL} = \dfrac{660}{1\,100} = 0{,}6$ ou $\cos\widehat{SIL} = \dfrac{880}{1\,100} = 0{,}8$.)

3. La distance est $d = 1\,100$ m $= 1{,}1$ km et la vitesse $v = 10$ km/h. Comme $t = \dfrac{d}{v} : t = \dfrac{1{,}1}{10} = 0{,}11$ h. Or $0{,}11$ h $= 0{,}11 \times 60 = 6{,}6$ min $= 6$ min $+ 0{,}6 \times 60$ s $= 6$ min 36 s. **Le trajet aller dure 6 min 36 s.**

4. Le trajet à pied va de S à J, le long de la pente. Les points I, L, K d'une part et I, S, J d'autre part sont alignés, et les droites (SL) et (JK) sont parallèles (toutes deux perpendiculaires à (KI)). D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{IS}{IJ} = \dfrac{SL}{JK}$, soit $\dfrac{1\,100}{IJ} = \dfrac{660}{750}$, d'où $IJ = \dfrac{1\,100 \times 750}{660} = 1\,250$ m.
Donc $SJ = IJ - IS = 1\,250 - 1\,100 = 150$ m. **M. Cotharbet aura parcouru 150 m à pied.**

> ⚠ **Piège.** La distance parcourue à pied n'est pas la différence d'altitude ($1\,165 - 1\,075 = 90$ m) : il marche le long de la pente, qui est plus longue que la dénivellation.

Exercice 4 – Gélules : conversions de masse et volume *(5 pts)*

1. On convertit 5 tonnes en milligrammes : 5 t $= 5\,000$ kg $= 5\,000\,000$ g $= 5\,000\,000\,000$ mg. Nombre de gélules : $\dfrac{5\,000\,000\,000}{500} = 10\,000\,000$. **On peut produire 10 000 000 de gélules (10 millions).**

2. Une boîte contient $2 \times 8 = 16$ gélules : $\dfrac{10\,000\,000}{16} = 625\,000$. **On peut produire 625 000 boîtes.**

3. Les deux demi-sphères de 7 mm de diamètre forment une boule de rayon $R = 3{,}5$ mm : $V_{\text{boule}} = \dfrac{4}{3}\pi \times 3{,}5^3 \approx 179{,}59$ mm³.
Le cylindre a pour rayon 3,5 mm et pour hauteur 14 mm : $V_{\text{cylindre}} = \pi \times 3{,}5^2 \times 14 = 171{,}5\pi \approx 538{,}78$ mm³.
Volume de la gélule : $179{,}59 + 538{,}78 \approx 718{,}38$ mm³. **Le volume d'une gélule est d'environ 718 mm³.**

> 💡 **Astuce.** Deux demi-sphères identiques font une boule entière : un seul calcul de volume de boule suffit. Et attention, la formule utilise le rayon (3,5 mm), pas le diamètre.

Exercice 5 – Enclos contre un mur : fonction, tableur et lecture graphique *(8 pts)*

Le grillage (40 m) forme trois côtés de l'enclos : le côté de longueur x parallèle au mur et les deux côtés de longueur y. Donc $x + 2y = 40$.

1. a. Pour $x = 4$ m : $2y = 40 - 4 = 36$, donc $y = 18$ m. Aire : $A = 4 \times 18 = 72$. **y = 18 m et A = 72 m².**

1. b. On calcule de même $y = \dfrac{40 - x}{2}$ puis $A = x \times y$:

x (en m)	**4**	**10**	**20**	**28**
y (en m)	18	15	10	6
A (en m²)	72	150	200	168

2. De $x + 2y = 40$ on tire $2y = 40 - x$, donc $y = \dfrac{40 - x}{2} = 20 - 0{,}5x$.
Alors $A = x \times y = x(20 - 0{,}5x) = 20x - 0{,}5x^2$. **On a bien $A = 20x - 0{,}5x^2$.**

3. Les valeurs de x sont dans la colonne A, à partir de la cellule A2. Dans la cellule B2, on saisit : **=20*A2-0,5*A2^2** (ou =A2*(20-0,5*A2)), puis on étire la formule vers le bas : la référence A2 devient automatiquement A3, A4, etc.

4. a. On lit l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse 14 : elle est légèrement au-dessus de 180. **Pour x = 14 m, l'aire est d'environ 180 m²** (le calcul donne $20 \times 14 - 0{,}5 \times 14^2 = 280 - 98 = 182$ m²).

4. b. La droite horizontale d'ordonnée 192 coupe la courbe en deux points, d'abscisses environ 16 et 24. **L'aire vaut 192 m² pour x ≈ 16 m et pour x ≈ 24 m** (vérification : $20 \times 16 - 0{,}5 \times 256 = 192$ et $20 \times 24 - 0{,}5 \times 576 = 192$).

4. c. Le point le plus haut de la courbe a pour coordonnées environ (20 ; 200). **L'aire est maximale pour x = 20 m ; elle vaut alors 200 m².** On en déduit $y = 20 - 0{,}5 \times 20 = 10$ m. **Pour que les brebis aient le maximum de place, l'enclos doit mesurer 20 m le long du mur et 10 m de profondeur** (20 m ≤ 28 m : il tient bien contre le mur).

> ⚠ **Piège.** Le grillage ne fait que trois côtés : le quatrième est le mur. Écrire $2x + 2y = 40$ fausse tout l'exercice.

Exercice 6 – Problème : prix des places de cinéma (système) *(4 pts)*

Notons a le prix d'une place adulte et e le prix d'une place enfant, en euros. D'après l'énoncé :
$a + 2e = 21$ (1)
$2a + 3e = 36$ (2)

On multiplie l'équation (1) par 2 : $2a + 4e = 42$. En lui soustrayant l'équation (2) : $4e - 3e = 42 - 36$, donc $e = 6$.
On remplace dans (1) : $a + 2 \times 6 = 21$, donc $a = 21 - 12 = 9$.
Vérification dans (2) : $2 \times 9 + 3 \times 6 = 18 + 18 = 36$.

Une place adulte coûte 9 € et une place enfant 6 €. Trois adultes et trois enfants doivent donc payer $3 \times 9 + 3 \times 6 = 27 + 18 = 45$ €, et non 43 €. **L'enfant a raison : le caissier se trompe, la somme due est 45 € (il leur réclame 2 € de moins que le prix réel).**

> 💡 **Astuce.** Vérifie toujours les prix trouvés dans les deux équations de départ avant de conclure : c'est rapide et ça évite de bâtir la conclusion sur une erreur.

Conseils pour le jour J

Ce sujet de secours est classique et sans piège caché : la réussite tient à la rigueur. Dans le QCM, une erreur de priorité opératoire (question 1) ou de signe (question 4 : $(-1)^2 - (-1) = 2$) fait perdre des points faciles ; relis chaque calcul avant de recopier ta réponse.

Les exercices 3 et 5 (8 points chacun) sont les plus rentables. À l'exercice 3, nomme chaque théorème (Pythagore, tangente, Thalès) et convertis le temps proprement en minutes et secondes : 0,11 h ne fait pas 11

minutes. À l'exercice 5, pose dès le début la relation $x + 2y = 40$ (trois côtés de grillage seulement) : tout le reste en découle.

Pour les lectures graphiques, donne des valeurs approchées comme demandé, puis, si tu as le temps, contrôle-les par le calcul avec la formule de l'aire : c'est la meilleure façon de ne pas se tromper de graduation.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).