Corrigé – Brevet 2012 – mathématiques – Pondichéry

Découpage de plaques et PGCD, Note de restaurant et pourcentage, Probabilités avec deux pots de bonbons, Profondeur d'un puits (Thalès) et volume d'un cylindre, Losange et réciproque de Pythagore, Le plus grand enclos avec 96 m de grillage

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – Exercice 1 – Découpage de plaques et PGCD

Pour découper des carrés identiques sans perte, la longueur du côté (en cm) doit diviser à la fois 110 et 88.

1. $110 = 10 \times 11$, donc 10 divise 110 ; mais $88 \div 10 = 8{,}8$ n'est pas un nombre entier : 10 ne divise pas 88. Il resterait une bande de 8 cm de large inutilisée. **Il ne peut pas choisir des carrés de 10 cm de côté.**

2. $110 = 11 \times 10$ et $88 = 11 \times 8$: 11 est un diviseur commun de 110 et 88. On obtient $10 \times 8 = 80$ carrés sans perte. **Il peut choisir des carrés de 11 cm de côté.**

3. a. Le plus grand côté possible est le plus grand diviseur commun de 110 et 88, c'est-à-dire leur PGCD.
Algorithme d'Euclide :
$110 = 88 \times 1 + 22$
$88 = 22 \times 4 + 0$
Le dernier reste non nul est 22, donc $\text{PGCD}(110 ; 88) = 22$. **Le côté d'un carré mesure 22 cm.**

3. b. Dans la longueur : $110 \div 22 = 5$ carrés ; dans la largeur : $88 \div 22 = 4$ carrés. $5 \times 4 = 20$. **Il y aura 20 carrés par plaque.** (Vérification par les aires : $110 \times 88 = 9\,680$ cm² et $20 \times 22^2 = 20 \times 484 = 9\,680$ cm².)

Activités numériques – Exercice 2 – Note de restaurant et pourcentage

On complète le tableau de l'annexe 1 en commençant par les lignes que l'on peut calculer directement.

- **4 menus :** $4 \times 16{,}50 = 66$, soit **66,00 €**.
- **3 cafés :** $3 \times 1{,}20 = 3{,}60$, soit **3,60 €**.
- **Sous-total :** le service représente 5,5 % du sous-total et vaut 4,18 €. En notant S le sous-total : $0{,}055 \times S = 4{,}18$, donc $S = \dfrac{4{,}18}{0{,}055} = 76$. Le sous-total est **76,00 €** (vérification : $76 \times 0{,}055 = 4{,}18$).
- **Bouteille d'eau :** $76 - 66 - 3{,}60 = 6{,}40$, soit **6,40 €**.
- **Total :** $76 + 4{,}18 = 80{,}18$, soit **80,18 €**.

RESTAURANT « la Gavotte »		**Calculs effectués**
4 menus à 16,50 € l'unité	66,00 €	$4 \times 16{,}50 = 66$
1 bouteille d'eau minérale	6,40 €	$76 - 66 - 3{,}60 = 6{,}40$
3 cafés à 1,20 € l'unité	3,60 €	$3 \times 1{,}20 = 3{,}60$
Sous total	76,00 €	$4{,}18 \div 0{,}055 = 76$
Service 5,5 % du sous total	4,18 €	(donné)
Total	80,18 €	$76 + 4{,}18 = 80{,}18$

> 💡 **Astuce.** La clé de l'exercice est de « remonter » le pourcentage : si 5,5 % de S valent 4,18, alors $S = 4{,}18 \div 0{,}055$. Le prix de l'eau se déduit ensuite par soustraction.

Activités numériques – Exercice 3 – Probabilités avec deux pots de bonbons

Les bonbons sont indiscernables : dans chaque pot, chaque bonbon a la même probabilité d'être choisi.

Pot au couvercle rouge : $6 + 10 = 16$ bonbons dont 6 à la fraise, donc $p_R = \dfrac{6}{16} = \dfrac{3}{8} = 0{,}375$.

Pot au couvercle bleu : $8 + 14 = 22$ bonbons dont 8 à la fraise, donc $p_B = \dfrac{8}{22} = \dfrac{4}{11} \approx 0{,}364$.

Au même dénominateur : $\dfrac{3}{8} = \dfrac{33}{88}$ et $\dfrac{4}{11} = \dfrac{32}{88}$, donc $\dfrac{3}{8} > \dfrac{4}{11}$. **Antoine a le plus de chances de choisir un bonbon à la fraise dans le pot au couvercle rouge.**

> ⚠ **Piège.** Le pot bleu contient plus de bonbons à la fraise (8 contre 6), mais ce qui compte est la proportion de bonbons à la fraise dans le pot, pas leur nombre.

Activités géométriques – Exercice 1 – Profondeur d'un puits (Thalès) et volume d'un cylindre

1. D'après le schéma :

- [CB] correspond à l'épaisseur du mur : **CB = 20 cm = 0,20 m** ;
- [FG] correspond au diamètre intérieur plus l'épaisseur d'un mur : $75 + 20 = 95$ cm, soit **FG = 0,95 m** ;
- [RB] est la différence entre la hauteur du regard et celle du rebord : $1{,}80 - 1 = 0{,}80$, soit **RB = 0,80 m**.

2. Les points R, C, F sont alignés (ligne du regard) ainsi que les points R, B, G (le puits est vertical). Le rebord et le fond étant horizontaux, les droites (CB) et (FG) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** dans le triangle RFG :
$\dfrac{RB}{RG} = \dfrac{RC}{RF} = \dfrac{CB}{FG}$, d'où $\dfrac{0{,}80}{RG} = \dfrac{0{,}20}{0{,}95}$.
$RG = \dfrac{0{,}80 \times 0{,}95}{0{,}20} = \dfrac{0{,}76}{0{,}20} = 3{,}8$ m.
Donc $BG = RG - RB = 3{,}8 - 0{,}80 = 3$. **La profondeur du puits est BG = 3 m.**

3. L'eau occupe un cylindre de diamètre intérieur 75 cm, donc de rayon $r = 0{,}375$ m, et de hauteur $h = 2{,}60$ m.
$V = \pi r^2 h = \pi \times 0{,}375^2 \times 2{,}60 = 0{,}365\,625\,\pi \approx 1{,}149$ m³.
Comme $1{,}149 > 1$, **le berger trouvera suffisamment d'eau dans le puits (environ 1,15 m³, soit environ 1 149 L).**

> ⚠ **Piège.** Le volume utilise le rayon intérieur (75 cm ÷ 2 = 37,5 cm), sans l'épaisseur du mur, et tout doit être converti en mètres avant de calculer pour obtenir des m³.

Activités géométriques – Exercice 2 – Losange et réciproque de Pythagore

1. Construction en vraie grandeur : on trace la diagonale [ME] de longueur 5,6 cm. Au compas, on trace deux arcs de cercle de rayon 4 cm, l'un de centre M, l'autre de centre E : ils se coupent en deux points, de part et d'autre de [ME]. On nomme O le point situé d'un côté et L le point situé de l'autre, puis on trace le quadrilatère OELM.

2. D'après les codages, les quatre côtés ont la même longueur : $OE = EL = LM = MO = 4$ cm. Or un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur est un losange. **OELM est donc un losange.**

3. Un losange est un carré si et seulement s'il a un angle droit. Dans le triangle MLE, le plus grand côté est [ME].
$ME^2 = 5{,}6^2 = 31{,}36$

$ML^2 + LE^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$
Comme $ME^2 \neq ML^2 + LE^2$, d'après la **contraposée du théorème de Pythagore**, le triangle MLE n'est pas rectangle en L. L'angle $\widehat{MLE}$ n'est pas droit, donc le losange OELM n'est pas un carré. **C'est Charlotte qui a raison.**

> 💡 **Astuce.** Sur la figure, OELM ressemble beaucoup à un carré (pour un carré de côté 4 cm, la diagonale mesurerait $4\sqrt{2} \approx 5{,}66$ cm) : seul le calcul permet de trancher, jamais l'œil.

Problème – Le plus grand enclos avec 96 m de grillage *(12 pts)*

Partie 1

Notons ℓ la largeur et L la longueur, en mètres. On a $L = 2\ell$ et le périmètre vaut $2(L + \ell) = 96$, donc $L + \ell = 48$, soit $2\ell + \ell = 48$, $3\ell = 48$ et $\ell = 16$. Alors $L = 2 \times 16 = 32$. **La largeur mesure 16 m et la longueur 32 m** (vérification : $2 \times (32 + 16) = 96$).
Aire : $32 \times 16 = 512$. **L'aire du rectangle est 512 m².**

Partie 2

Le côté du carré mesure $96 \div 4 = 24$ m, donc son aire vaut $24^2 = 576$. **L'aire du carré est 576 m².**

Partie 3

1. Chaque côté de l'hexagone régulier mesure $96 \div 6 = 16$ m. Le triangle OBA est équilatéral de côté 16 m (OA = OB = rayon = 16 m). Dans un triangle équilatéral, la hauteur [OH] est aussi une médiane : H est le milieu de [AB], donc $AH = 8$ m, et le triangle OHA est rectangle en H. D'après le **théorème de Pythagore** : $OA^2 = OH^2 + AH^2$, donc $OH^2 = 16^2 - 8^2 = 256 - 64 = 192$.
$OH = \sqrt{192} \approx 13{,}856$. **OH ≈ 13,86 m** (arrondi au centimètre).

2. $\mathcal{A}_{OBA} = \dfrac{AB \times OH}{2} \approx \dfrac{16 \times 13{,}86}{2} = 110{,}88$. **L'aire du triangle OBA est d'environ 110,9 m²** (arrondi au dixième).

3. L'hexagone est formé de 6 triangles équilatéraux identiques à OBA : $6 \times 110{,}9 = 665{,}4$. **L'aire de l'hexagone régulier est d'environ 665 m²** (arrondi à l'unité).

Partie 4

1. L'octogone régulier a 8 côtés de même longueur et un périmètre de 96 m : $MN = 96 \div 8 = 12$. **MN = 12 m dans la réalité.**

2. À l'échelle 1 cm pour 3 m, MN est représenté par $12 \div 3 = 4$ cm. Le triangle IMN est isocèle en I et l'angle au centre vaut $\widehat{MIN} = 360° \div 8 = 45°$; ses angles à la base mesurent donc $(180° - 45°) \div 2 = 67{,}5°$.
Construction : on trace [MN] de 4 cm ; au rapporteur, on trace en M et en N deux demi-droites faisant un angle de 67,5° avec [MN], du même côté : elles se coupent en I. Le triangle étant isocèle en I, la hauteur [IK] est aussi la médiatrice de [MN] : K est le milieu de [MN], situé à 2 cm de M ; on trace la médiatrice de [MN] au compas (traits de construction apparents) et on relie I à K.

3. Sur le plan, on mesure **IK ≈ 4,8 cm**. Dans la réalité, cela représente $4{,}8 \times 3 = 14{,}4$, soit **environ 14,4 m**. (Un calcul trigonométrique donne IK ≈ 14,5 m : une mesure entre 4,8 et 4,85 cm est correcte.)

4. $\mathcal{A}_{MIN} = \dfrac{MN \times IK}{2} \approx \dfrac{12 \times 14{,}4}{2} = 86{,}4$ m². L'octogone est formé de 8 triangles identiques à MIN : $8 \times 86{,}4 = 691{,}2$. **L'aire de l'octogone régulier est d'environ 691 m²** (avec IK ≈ 14,5 m on trouverait environ 695 m² ; la valeur dépend de la précision de la mesure).

Partie 5

1. Le périmètre d'un cercle de rayon r est $2\pi r$. On veut $2\pi r = 96$, donc $r = \dfrac{96}{2\pi} = \dfrac{48}{\pi} \approx 15{,}28$. **Il faut un rayon d'environ 15,28 m.**

2. $\mathcal{A} = \pi r^2 = \pi \times \left(\dfrac{48}{\pi}\right)^2 = \dfrac{2\,304}{\pi} \approx 733{,}4$. **L'aire du disque est d'environ 733 m².**

Conclusion : avec 96 m de grillage, on obtient successivement 512 m² (rectangle), 576 m² (carré), environ 665 m² (hexagone), environ 691 m² (octogone) et environ 733 m² (disque). **L'enclos circulaire est celui qui offre la plus grande surface.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet est long mais sans piège théorique : PGCD, pourcentage, probabilités, Thalès, Pythagore et aires. Le problème rapporte à lui seul 12 points : ses cinq parties sont indépendantes, donc si tu bloques sur la construction de la partie 4, passe directement à la partie 5 (le disque) qui se traite en deux lignes.

Attention aux unités dans l'exercice du puits : convertis tout en mètres (20 cm = 0,20 m, 75 cm = 0,75 m) avant d'appliquer Thalès et de calculer le volume. Et respecte les arrondis demandés : au centimètre pour OH, au dixième pour l'aire du triangle, à l'unité pour l'hexagone.

Pour les questions « à justifier » (plaques de 10 cm, losange ou carré), une réponse « oui » ou « non » sans calcul ne rapporte presque rien : écris toujours la division, l'égalité de Pythagore ou la propriété utilisée.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).