Corrigé – Brevet 2012 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

QCM de calcul et problème de l'œuf, Trapèze rectangle, cercle et réciproque de Pythagore, Poules, chèvres et récupération d'eau de pluie

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

I – Activités numériques – QCM de calcul et problème de l'œuf *(12 pts)*

Exercice 1 (QCM)

Aucune justification n'est demandée ; les explications ci-dessous servent à comprendre.

1. « Trois mille trente » s'écrit 3 030 et « trois centièmes » s'écrit 0,03 (le 3 est au 2^{e} rang après la virgule). **Réponse : 3 030,03.**

2. $2\,080 + 10 + 10 = 2\,090 + 10 = 2\,100$. **Réponse : 2 100.**

3. On multiplie les nombres entre eux et les lettres entre elles : $3x \times 2x = 3 \times 2 \times x \times x = 6x^2$. **Réponse :** $6x^2$.

4. $10^{-3} = 0{,}001$, donc $5 \times 10^{-3} = 5 \times 0{,}001 = 0{,}005$. **Réponse : 0,005.**

5. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $x(x+7) = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x + 7 = 0$, c'est-à-dire $x = 0$ ou $x = -7$. **Réponse : 0 et -7.**

6. $\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$. **Réponse : 7.** (Attention, $\sqrt{25} = 5$: la racine carrée d'une somme n'est pas la somme des racines carrées.)

7. Pierre part à 6 h 38 et roule 25 minutes : 6 h 38 + 25 min = 6 h 63 min = 7 h 03. Il arrive à 7 h 03, donc 2 minutes avant le début des cours (7 h 05). **Réponse : en avance.**

8. Un jeu de 52 cartes contient 4 as, et chaque carte a la même chance d'être tirée. La probabilité vaut donc $\frac{4}{52}$. **Réponse : $\frac{4}{52}$.** (La valeur 0,077 n'est qu'un arrondi de $\frac{4}{52} = \frac{1}{13} \approx 0{,}0769$, ce n'est pas la valeur exacte.)

> ⚠ **Piège.** À la question 8, 0,077 est tentant, mais la consigne demande la réponse *exacte* : une valeur arrondie ne l'est pas.

Exercice 2

Notons c la masse de la coquille, en grammes. Le jaune est deux fois plus lourd que la coquille : il pèse $2c$. Le blanc est deux fois plus lourd que le jaune : il pèse $2 \times 2c = 4c$.
La masse totale de l'œuf est 63 g, donc $c + 2c + 4c = 63$, soit $7c = 63$ et $c = \frac{63}{7} = 9$.

Vérification : coquille 9 g, jaune $2 \times 9 = 18$ g, blanc $2 \times 18 = 36$ g, et $9 + 18 + 36 = 63$ g. **La coquille d'un œuf de poule pèse 9 g.**

II – Activités géométriques – Trapèze rectangle, cercle et réciproque de Pythagore *(12 pts)*

Exercice 1

1. a. Le quadrilatère AHCD a trois angles droits (en A, en D et en H, puisque H est le pied de la hauteur issue de C) : c'est un rectangle. Ses côtés opposés ont la même longueur, donc AH = DC = 9 cm. Comme H appartient au segment [AB] : HB = AB − AH = 12 − 9 = 3. **HB = 3 cm.**

b. Le triangle CHB est rectangle en H, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $BC^2 = CH^2 + HB^2$.
$5^2 = CH^2 + 3^2$, donc $CH^2 = 25 - 9 = 16$ et $CH = \sqrt{16} = 4$. **CH = 4 cm.**

c. AHCD est un rectangle, donc AD = HC = 4 cm. Le périmètre du trapèze est : AB + BC + CD + DA = 12 + 5 + 9 + 4 = 30. **Le périmètre de ABCD est bien égal à 30 cm.**

2. Dans le triangle CHB rectangle en H, l'angle $\widehat{ABC}$ (qui est aussi $\widehat{HBC}$) a pour côté adjacent [HB] et pour hypoténuse [BC] :
$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{HB}{BC} = \dfrac{3}{5} = 0{,}6$, donc $\widehat{ABC} \approx 53{,}13°$ (touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice). $\widehat{ABC} \approx 53°$ **au degré près.**

Vérification avec la tangente : $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{CH}{HB} = \dfrac{4}{3}$ donne aussi environ $53{,}13^\circ$.

3. Construction en vraie grandeur : tracer [AB] de 12 cm ; placer H sur [AB] avec AH = 9 cm ; tracer les perpendiculaires à (AB) en A et en H ; placer D et C sur ces perpendiculaires, du même côté de (AB), avec AD = HC = 4 cm ; relier D à C (on doit trouver DC = 9 cm) et C à B (on doit mesurer BC = 5 cm). Coder les angles droits en A, D et H.

4. Tracer le segment [AC], puis, à l'équerre et à la règle, la parallèle à (AC) passant par H ; elle coupe le segment [BC] en un point M que l'on nomme.

5. Dans le triangle ABC, H appartient à [BA], M appartient à [BC] et les droites (HM) et (AC) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** :
$\dfrac{BH}{BA} = \dfrac{BM}{BC} = \dfrac{HM}{AC}$, donc $\dfrac{3}{12} = \dfrac{BM}{5}$ et $BM = \dfrac{3 \times 5}{12} = \dfrac{15}{12} = 1{,}25$. **BM = 1,25 cm.**

Exercice 2

1. Sur l'annexe : le point de départ, noté A, est sur le cercle. Le point d'arrivée du deuxième trajet, noté C, est diamétralement opposé à A : on trace la droite passant par A et par le centre du cercle, elle recoupe le cercle en C. Le point B où Roméo change de direction est sur le cercle, à 5 cm de C (et donc à 12 cm de A) : on le place au compas en traçant un arc de centre C et de rayon 5 cm qui coupe le cercle. On trace enfin les segments [AB], [BC] et [CA].

2. Le triangle ABC est inscrit dans le cercle et son côté [AC] est un diamètre de ce cercle. Or, si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors il est rectangle et ce diamètre est son hypoténuse. **Roméo parcourt un triangle rectangle en B.**

3. Le triangle ABC est rectangle en B, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$, d'où $AC = \sqrt{169} = 13$ cm.
Distance totale : 12 + 5 + 13 = 30. **Roméo a parcouru 30 cm.**

> 💡 **Astuce.** « Diamétralement opposé » est le mot-clé : dès qu'un triangle a pour côté un diamètre de son cercle circonscrit, pense « triangle rectangle », puis Pythagore.

Exercice 3

On a IH = 60 cm et IS = 80 cm. Le mur est « droit » si le triangle HIS est rectangle en I.

1. Mur de Jacques : HS = 1 m = 100 cm. Le plus grand côté est [HS].
D'une part $HS^2 = 100^2 = 10\,000$; d'autre part $IH^2 + IS^2 = 60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$.

Comme $HS^2 = IH^2 + IS^2$, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle HIS est rectangle en I. **Le mur de Jacques est perpendiculaire au sol : il est « droit ».**

2. Mur de Patrick : HS $= 95$ cm. D'une part $HS^2 = 95^2 = 9\,025$; d'autre part $IH^2 + IS^2 = 10\,000$.
Comme $HS^2 \neq IH^2 + IS^2$, d'après le **théorème de Pythagore** (par contraposée), le triangle HIS n'est pas rectangle en I. **Le mur de Patrick n'est pas « droit ».**

> ⚠ **Piège.** Ne mélange pas les unités : convertis 1 m en 100 cm avant de calculer, et compare les carrés séparément, sans écrire « $100^2 = 60^2 + 80^2$ » avant de l'avoir vérifié.

III – Problème – Poules, chèvres et récupération d'eau de pluie *(12 pts)*

Première partie

Notons p le nombre de poules et c le nombre de chèvres. Il y a 18 animaux : $p + c = 18$. Une poule a 2 pattes et une chèvre 4 : $2p + 4c = 40$.

De la première égalité, $p = 18 - c$. En remplaçant dans la seconde : $2(18 - c) + 4c = 40$, soit $36 - 2c + 4c = 40$, donc $2c = 4$ et $c = 2$. Alors $p = 18 - 2 = 16$.

Vérification : $16 + 2 = 18$ animaux et $16 \times 2 + 2 \times 4 = 32 + 8 = 40$ pattes. **Torres possède 16 poules et 2 chèvres.**

(Raisonnement sans équation : si les 18 animaux étaient des poules, on compterait 36 pattes ; il manque 4 pattes, et chaque chèvre apporte 2 pattes de plus qu'une poule, donc il y a 2 chèvres.)

Deuxième partie

1. D'après le schéma, la cuve a pour longueur 1 m $= 100$ cm, pour largeur 60 cm et pour hauteur 50 cm.
$V = \ell \times L \times h = 60 \times 100 \times 50 = 300\,000$. Le volume de la cuve est bien de **300 000 cm³**.
Comme 1 dm³ $= 1\,000$ cm³ : $300\,000$ cm$^3 = 300$ dm$^3 = 300$ L. **La cuve contient 300 litres.**

2. La surface ABCD est le rectangle du dessus de la cuve, de longueur AB $= 1$ m et de largeur AD $= 60$ cm $= 0{,}6$ m.
$\mathcal{A} = 1 \times 0{,}6 = 0{,}6$. **L'aire de la surface de récupération est bien de 0,6 m².**

3. Torres habite à Poindimié. Dans la ligne « 2011 » et la colonne « Poindimié », on lit **2 550 mm** de pluie tombée en 2011.

4. a. Dans le tableau de l'annexe, on écrit **0,6** dans la case vide, sous x :

Volume d'eau récupérée en litres	**2 550**	x
Aire de récupération en m²	1	0,6

b. Le volume récupéré est proportionnel à l'aire. Par produit en croix : $x = \dfrac{2\,550 \times 0{,}6}{1} = 1\,530$. **Torres a pu récupérer au maximum 1 530 L d'eau en 2011.**

5. a. Une poule boit en moyenne 1,5 L par semaine, donc en un an : $1{,}5 \times 52 = 78$ L. Pour 16 poules : $16 \times 78 = 1\,248$ L.
Comme $1\,248 < 1\,530$, **Torres a eu suffisamment d'eau pour abreuver gratuitement ses 16 poules en 2011.**

b. $1\,530 - 1\,248 = 282$. **282 litres ne seront pas consommés.**

c. Une poule consomme 78 L par an. $\dfrac{282}{78} \approx 3{,}6 : 3 \times 78 = 234$ L ≤ 282 L, mais $4 \times 78 = 312$ L > 282 L. **Il pourrait abreuver 3 poules supplémentaires.**

> 💡 **Astuce.** Quand le résultat d'une division correspond à un nombre d'animaux ou d'objets, on garde la partie entière (3 et non 4) : on ne peut pas abreuver 0,6 poule, et arrondir à 4 ferait manquer d'eau.

Conseils pour le jour J

Ce sujet est long mais sans difficulté cachée : les questions s'enchaînent et chaque résultat intermédiaire est donné (HB = 3 cm, périmètre 30 cm, 300 000 cm³, 0,6 m², 1 530 L). Sers-t'en : même si tu bloques sur une question « Montrer que… », utilise la valeur donnée pour faire la suivante.

En géométrie, ce qui rapporte des points, c'est de **nommer** la propriété utilisée : rectangle (côtés opposés égaux), théorème de Pythagore, réciproque ou contraposée, cercle et diamètre, théorème de Thalès. Pour les constructions (trapèze en vraie grandeur, annexe), soigne le tracé et laisse les traits de construction apparents.

Dans le problème, écris toujours une phrase de réponse avec l'unité (L, m², mm) et vérifie tes conversions : 1 m = 100 cm, 1 dm³ = 1 L = 1 000 cm³. N'oublie pas de rendre l'annexe avec ta copie.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).