Corrigé – Brevet 2012 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie (remplacement)

QCM, probabilités et système de tarifs, Trigonométrie, Thalès et hexagone régulier, Aquarium sphérique, lecture graphique et PGCD

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

I – Activités numériques – QCM, probabilités et système de tarifs *(12 pts)*

Exercice 1 (QCM)

Aucune justification n'est demandée ; les calculs ci-dessous servent à comprendre.

1. On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux : $\frac{12}{25} \times \frac{7}{10} = \frac{12 \times 7}{25 \times 10} = \frac{84}{250}$.
Réponse : $\frac{84}{250}$.

2. Une heure dure 60 minutes, soit $\frac{60}{8} = 7{,}5$ fois 8 minutes. À vitesse constante, la distance est proportionnelle à la durée : $4{,}2 \times 7{,}5 = 31{,}5$ km. **Réponse : 31,5 km.**

3. $\left(4 \times 10^{-3}\right)^2 = 4^2 \times \left(10^{-3}\right)^2 = 16 \times 10^{-6} = 1{,}6 \times 10^{1} \times 10^{-6} = 1{,}6 \times 10^{-5}$. **Réponse : $1{,}6 \times 10^{-5}$.**

4. (le bidon) Augmenter de 2 % revient à multiplier par $1 + \frac{2}{100} = 1{,}02$: $25 \times 1{,}02 = 25{,}5$ L (l'augmentation est de $25 \times 0{,}02 = 0{,}5$ L). **Réponse : 25,5 L.**

4. (la médiane ; deuxième question numérotée 4 dans le sujet) La série compte 11 valeurs, déjà rangées dans l'ordre croissant. 11 est impair, la médiane est la 6^{e} valeur (5 valeurs avant, 5 après) : 1 ; 2 ; 2,4 ; 3 ; 3,5 ; **3,7**. **Réponse : 3,7.**

Exercice 2

1. L'urne contient 8 fanions indiscernables au toucher, donc les tirages sont équiprobables ; 2 d'entre eux sont rouges. $p(\text{rouge}) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$. **La probabilité de sortir un fanion rouge au premier tirage est $\frac{1}{4}$.**

2. a. Un fanion vert et un fanion orange sont sortis. **Il reste dans l'urne : 2 fanions rouges, 2 fanions violets, 1 fanion vert et 1 fanion orange.**

b. $8 - 2 = 6$. **Il y a 6 fanions dans l'urne avant le troisième tirage.**

c. Les fanions qui ne sont ni verts ni orange sont les 2 rouges et les 2 violets, soit 4 fanions sur 6. $p(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. **La probabilité de l'évènement A est $\frac{2}{3}$.**

Exercice 3

1. L'astuce d'Émilie consiste à regrouper les deux premiers groupes : ensemble, ils comptent $4 + 6 = 10$ adultes et $6 + 4 = 10$ enfants, exactement comme le nouveau groupe. Le prix pour 10 adultes et 10 enfants est donc la somme des deux montants payés : $52\,800 + 63\,200 = 116\,000$ F.
Comme $116\,000 < 120\,000$, **le groupe a assez d'argent pour la sortie (il lui restera 4 000 F).**

2. Avec ces prix, le premier groupe aurait payé $4 \times 7\,000 + 6 \times 2\,500 = 28\,000 + 15\,000 = 43\,000$ F. Or il a payé 52 800 F. **Le petit frère a tort.**

3. 10 adultes et 10 enfants paient 116 000 F, c'est-à-dire 10 fois le prix d'« un adulte + un enfant ». Donc un adulte accompagné d'un enfant paie $\dfrac{116\,000}{10} = 11\,600$ F. **Un adulte et un enfant paieront 11 600 F.**

Pour aller plus loin : en notant a le prix adulte et e le prix enfant, $a + e = 11\,600$ et, en soustrayant les deux égalités de départ, $2a - 2e = 63\,200 - 52\,800 = 10\,400$, d'où $a - e = 5\,200$. On obtient $a = 8\,400$ F et $e = 3\,200$ F. Vérification : $4 \times 8\,400 + 6 \times 3\,200 = 33\,600 + 19\,200 = 52\,800$ F.

> 💡 **Astuce.** Avant de résoudre un système, regarde si l'on te demande vraiment les deux prix : ici, additionner les deux groupes suffit pour les questions 1 et 3.

II – Activités géométriques – Trigonométrie, Thalès et hexagone régulier *(12 pts)*

Exercice 1

1. Le triangle BTH est rectangle en T. Par rapport à l'angle $\widehat{HBT}$, [HT] est le côté opposé et [BH] l'hypoténuse :
$\sin\widehat{HBT} = \dfrac{HT}{BH}$, donc $\sin 10^\circ = \dfrac{2}{BH}$ et $BH = \dfrac{2}{\sin 10^\circ} \approx 11{,}52$.
La longueur de plage recouverte à marée haute est BH ≈ 11,5 m (arrondi au dixième).

2. Les droites (AB) et (LE) sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (SE). Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors elles sont parallèles. **Les droites (AB) et (LE) sont donc parallèles.**

Calcul de AB. Sur le schéma, LE = 2 m. Le point A appartient au segment [SL], donc SA = SL − AL = 9 − 2,25 = 6,75 m.
Dans le triangle SLE, A appartient à [SL], B appartient à [SE] et (AB) est parallèle à (LE). D'après le **théorème de Thalès** :
$\dfrac{SA}{SL} = \dfrac{SB}{SE} = \dfrac{AB}{LE}$, donc $\dfrac{6{,}75}{9} = \dfrac{AB}{2}$ et $AB = \dfrac{6{,}75 \times 2}{9} = \dfrac{13{,}5}{9} = 1{,}5$.
Le niveau vertical actuel de la mer est AB = 1,5 m.

> ⚠ **Piège.** Dans Thalès, on compare des longueurs mesurées depuis le même sommet S : il faut SA (6,75 m) et non AL (2,25 m). Calcule-le d'abord.

Exercice 2

1. Construction : tracer un cercle de centre O et de rayon 3 cm et placer un point A sur ce cercle. Dans un hexagone régulier, le côté est égal au rayon du cercle circonscrit : en gardant l'écartement du compas à 3 cm, on reporte cette longueur six fois de suite sur le cercle à partir de A, ce qui donne B, C, D, E et F. On relie les points dans l'ordre pour obtenir l'hexagone ABCDEF.

2. L'hexagone est régulier : ses six angles au centre $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, … sont égaux et mesurent chacun $\dfrac{360^\circ}{6} = 60^\circ$. L'angle $\widehat{COE}$ est formé de deux d'entre eux ($\widehat{COD}$ et $\widehat{DOE}$) : $\widehat{COE} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$. $\widehat{COE}$ **mesure 120°.**

3. L'angle $\widehat{CAE}$ est un angle inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$; il intercepte l'arc $\overset{\frown}{CE}$ (celui qui passe par D), qui est aussi intercepté par l'angle au centre $\widehat{COE}$. Or un angle inscrit mesure la moitié de l'angle au centre qui intercepte le même arc : $\widehat{CAE} = \dfrac{120^\circ}{2} = 60^\circ$. **L'angle $\widehat{CAE}$ mesure bien 60°.**

4. De la même façon, l'angle inscrit $\widehat{ACE}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{AE}$ (passant par F), associé à l'angle au centre $\widehat{AOE} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$, donc $\widehat{ACE} = 60^\circ$. Dans le triangle CAE, la somme des angles vaut 180°, donc $\widehat{AEC} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$. **Le triangle CAE a trois angles de 60° : il est équilatéral.**

III – Problème – Aquarium sphérique, lecture graphique et PGCD *(12 pts)*

Partie 1

1. $V_{\text{boule}} = \dfrac{4 \times \pi \times R^3}{3} = \dfrac{4 \times \pi \times 5^3}{3} = \dfrac{500\pi}{3} \approx 523{,}6$. **Le volume d'une boule de rayon 5 m est d'environ 524 m³ (arrondi à l'unité).**

2. a. La section d'une sphère (ou d'une boule) par un plan est un cercle (ou un disque). **La partie grisée est un disque**, de centre H et de rayon HR.

b. Dans le triangle OHR, le plus grand côté est [RO].
D'une part $RO^2 = 5^2 = 25$; d'autre part $OH^2 + HR^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$.
Comme $RO^2 = OH^2 + HR^2$, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle OHR est rectangle en H.**

3. a. T est un point de la sphère, donc OT est un rayon : OT = 5 m. Les points H, O et T sont alignés dans cet ordre (O est entre H et T), donc HT = HO + OT = 3 + 5 = 8. **La hauteur de la partie visible est HT = 8 m.**

b. Avec $h = 8$: $V_{\text{calotte}} = \dfrac{\pi \times 8^2}{3} \times (15 - 8) = \dfrac{64\pi}{3} \times 7 = \dfrac{448\pi}{3} \approx 469{,}14$ m³.
Comme 1 m³ = 1 000 L : **le volume de la calotte est d'environ 469 145 litres** (environ 469 000 L).

c. En 2 heures, les pompes injectent 14 000 L, soit $\dfrac{14\,000}{2} = 7\,000$ L par heure. Durée de remplissage : $\dfrac{469\,000}{7\,000} = 67$. **Les pompes auront rempli l'aquarium au bout de 67 heures de fonctionnement.**

Partie 2

Sur le graphique, une graduation horizontale représente 13 ans (1950, 1963, 1976, 1989, 2002, 2015, 2028, 2041, 2054) et une graduation verticale 85 espèces (0, 85, 170, 255, 340, 425, 510, 595, 680, 765, 850).

1. a. On part de l'abscisse 2028, on monte jusqu'à la courbe puis on lit l'ordonnée : la courbe passe par la ligne de quadrillage située entre 340 et 510. **En 2028, il resterait environ 425 espèces de poissons.**

b. On part de l'ordonnée 595 (ligne entre 510 et 680), on va jusqu'à la courbe et on lit l'abscisse. **Il restait 595 espèces de poissons en 2002 (environ).**

c. La courbe coupe l'axe des abscisses (0 espèce) un peu après la moitié de l'intervalle entre 2041 et 2054. **D'après le graphique, toutes les espèces de poissons de pêche auraient disparu vers 2048.**

2. a. Algorithme d'Euclide :
$154 = 1 \times 105 + 49$
$105 = 2 \times 49 + 7$
$49 = 7 \times 7 + 0$
Le PGCD est le dernier reste non nul. **PGCD(154 ; 105) = 7.**

b. Pour que tous les bassins contiennent exactement le même nombre de poissons de chaque espèce, le nombre de bassins doit diviser à la fois 154, 105 et 126. Le PGCD de 154 et 105 est 7, et 7 divise aussi 126 ($126 = 7 \times 18$) : le PGCD des trois nombres est 7. Les seuls diviseurs communs aux trois effectifs sont donc 1 et 7. En répartissant vraiment les poissons dans plusieurs bassins, **il faut 7 bassins.**

c. $154 \div 7 = 22$; $105 \div 7 = 15$; $126 \div 7 = 18$. **Chaque bassin contiendra 22 poissons de l'espèce A, 15 de l'espèce B et 18 de l'espèce C.**

> 💡 **Astuce.** Les problèmes de « répartition identique » se résolvent toujours avec le PGCD ; vérifie ensuite que le PGCD trouvé divise bien le troisième nombre (ici 126).

Conseils pour le jour J

Ce sujet balaie beaucoup de chapitres : calcul fractionnaire, puissances, pourcentages, médiane, probabilités, trigonométrie, Thalès, angles inscrits, volumes, lecture graphique et PGCD. Commence par ce que tu maîtrises le mieux, mais garde du temps pour le problème, qui rapporte autant que chacune des deux autres parties.

Pour la trigonométrie (exercice des marées), vérifie que ta calculatrice est en **degrés** et choisis la bonne formule : ici on connaît le côté opposé et on cherche l'hypoténuse, c'est le sinus. Dans les questions de volume, distingue m^3 et litres ($1\ m^3 = 1\ 000$ L) et arrondis exactement comme demandé.

En lecture graphique, commence par repérer la valeur d'un carreau sur chaque axe (13 ans et 85 espèces ici) et laisse des pointillés de lecture sur ta copie : on attend une valeur approchée cohérente, pas une précision impossible.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).