Corrigé – Brevet 2012 – mathématiques – Métropole

Probabilités, puissances de 10, marathon et équation produit, Aires d'un carré et d'un rectangle, réduction d'un cône, Thalès, Vol Nantes-Toulouse : tableur, radar et freinage

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – Probabilités, puissances de 10, marathon et équation produit *(12 pts)*

Exercice 1

1. Réponse b. $\frac{1}{3}$**.** Alice choisit au hasard une porte parmi 3 : les 3 issues sont équiprobables et une seule cache la voiture, donc $p = \frac{1}{3}$.

2. Réponse b. diminue. Avec quatre portes, la probabilité devient $\frac{1}{4}$, et $\frac{1}{4}$ est plus petit que $\frac{1}{3}$ (0,25 contre environ 0,33).

Exercice 2

1. $\frac{10^5+1}{10^5} = \frac{10^5}{10^5} + \frac{1}{10^5} = 1 + 10^{-5} = 1 + 0{,}000\,01$. **L'écriture décimale est 1,000 01.**

2. De la même façon, $\frac{10^{15}+1}{10^{15}} = 1 + \frac{1}{10^{15}} = 1 + 10^{-15} = 1{,}000\,000\,000\,000\,001$ (quatorze zéros après la virgule, puis un 1). Ce nombre est différent de 1. La calculatrice affiche 1 car elle ne peut pas afficher (ni garder en mémoire) autant de chiffres : elle arrondit le résultat. **Antoine a raison : le résultat exact n'est pas 1, mais 1,000 000 000 000 001.**

> **Astuce.** Découper la fraction en $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$ est la clé de cet exercice : la question 1 sert de modèle pour la question 2.

Exercice 3

Le coureur met 4 min 30 s, soit 4,5 min, pour parcourir 1 km. À la même allure, la durée est proportionnelle à la distance : pour 42,195 km, il mettra $42{,}195 \times 4{,}5 = 189{,}877\,5$ min.
Or 3 h 30 min $= 3 \times 60 + 30 = 210$ min, et 189,877 5 min est inférieur à 210 min. (189,877 5 min = 180 min +9,877 5 min, soit environ 3 h 9 min 53 s.) **Oui : en gardant cette allure, il mettra environ 3 h 10 min, donc moins de 3 h 30.**

Exercice 4

1. Pour $x = \frac{3}{4}$: $\left(4 \times \frac{3}{4} - 3\right)^2 - 9 = (3-3)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$. Le résultat n'est pas 0 : $\frac{3}{4}$ **n'est pas solution.**
Pour $x = 0$: $(4 \times 0 - 3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$. **0 est solution de l'équation.**

2. On développe chaque membre avec l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$:
$(4x-3)^2 - 9 = 16x^2 - 24x + 9 - 9 = 16x^2 - 24x$;
$4x(4x-6) = 16x^2 - 24x$.
Les deux expressions sont égales : pour tout nombre x, $(4x-3)^2 - 9 = 4x(4x-6)$. (On peut aussi factoriser directement : $(4x-3)^2 - 3^2 = (4x-3-3)(4x-3+3) = (4x-6) \times 4x$.)

3. D'après la question 2, l'équation s'écrit $4x(4x-6)=0$. Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :
$4x=0$, soit $x=0$; ou $4x-6=0$, soit $x=\dfrac{6}{4}=\dfrac{3}{2}=1{,}5$.
Vérification pour 1,5 : $(4\times 1{,}5-3)^2-9=3^2-9=0$. **L'équation a deux solutions : 0 et $\dfrac{3}{2}$.**

> ⚠ **Piège.** Ne développe pas pour résoudre : $16x^2-24x=0$ ne se résout pas en 3e sous cette forme. Il faut la forme *factorisée* pour appliquer la règle du produit nul.

Activités géométriques – Aires d'un carré et d'un rectangle, réduction d'un cône, Thalès *(12 pts)*

Exercice 1

1. a) ABCD est un carré de côté 40 cm : aire $=40^2=1\,600$. **L'aire du carré ABCD est 1 600 cm².**

1. b) E est sur [AD], donc $DE=AD-AE=40-15=25$ cm. C est sur [DG], donc $DG=DC+CG=40+25=65$ cm. Aire du rectangle : $DE\times DG=25\times 65=1\,625$. **L'aire du rectangle DEFG est 1 625 cm².**

2. On note x la longueur AB en cm (avec x supérieur à 15, pour que E soit sur [AD]). L'aire du carré vaut x^2 ; le rectangle a pour dimensions $DE=x-15$ et $DG=x+25$, donc son aire vaut :
$(x-15)(x+25)=x^2+25x-15x-375=x^2+10x-375$.
Les aires sont égales lorsque $x^2=x^2+10x-375$, soit $0=10x-375$, d'où $x=\dfrac{375}{10}=37{,}5$.
Vérification : aire du carré $37{,}5^2=1\,406{,}25$ cm² ; rectangle $(37{,}5-15)\times(37{,}5+25)=22{,}5\times 62{,}5=1\,406{,}25$ cm². **Oui : il faut AB = 37,5 cm.**

> 💡 **Astuce.** Quand une longueur « peut varier », appelle-la x et exprime tout en fonction de x : ici, les x^2 s'éliminent et il reste une équation du premier degré très simple.

Exercice 2

1. $V=\dfrac{\pi R^2 h}{3}=\dfrac{\pi\times 2^2\times 5}{3}=\dfrac{20\pi}{3}\approx 20{,}94$. **Le volume du cône est d'environ 21 cm³.**

2. Le petit cône, de sommet A et de hauteur AB, est une réduction du cône initial de rapport $k=\dfrac{AB}{AO}=\dfrac{1}{2}$ (B est le milieu de [AO]). Dans une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3 : $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=\dfrac{1}{8}$.
Volume du petit cône : $\dfrac{1}{8}\times\dfrac{20\pi}{3}=\dfrac{5\pi}{6}\approx 2{,}6$ cm³, alors que la moitié du volume initial vaut environ 10,5 cm³.
C'est faux : le volume du petit cône est égal au huitième du volume initial, et non à la moitié.

> ⚠ **Piège.** Diviser la hauteur par 2 ne divise pas le volume par 2 : le rayon est aussi divisé par 2, et le volume est divisé par $2^3=8$.

Exercice 3

Longueur BC. Le triangle ABC est rectangle en A, avec AB = 300 m et AC = 400 m. D'après le **théorème de Pythagore** :
$BC^2=AB^2+AC^2=300^2+400^2=90\,000+160\,000=250\,000$, donc $BC=\sqrt{250\,000}=500$ m.

Longueurs CD et DE. Les droites (AE) et (BD) se coupent en C, et (AB) // (DE). D'après le **théorème de Thalès** (configuration « papillon »), avec CE = 1 000 m :

$\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{CB}{CD} = \dfrac{AB}{DE}$, soit $\dfrac{400}{1\,000} = \dfrac{500}{CD} = \dfrac{300}{DE}$.
Donc $CD = \dfrac{500 \times 1\,000}{400} = 1\,250$ m et $DE = \dfrac{300 \times 1\,000}{400} = 750$ m.

Longueur du parcours. $AB + BC + CD + DE = 300 + 500 + 1\,250 + 750 = 2\,800$ m. **Le parcours ABCDE mesure 2 800 m, soit 2,8 km.**

Problème – Vol Nantes-Toulouse : tableur, radar et freinage *(12 pts)*

PARTIE 1

1. De 9 h 35 à 10 h, il s'écoule 25 min, puis de 10 h à 10 h 30, 30 min : $25 + 30 = 55$ min. **Le vol dure 55 minutes.**

2. a) Passagers des six jours connus : $152 + 143 + 164 + 189 + 157 + 163 = 968$. Mercredi : $1\,113 - 968 = 145$. **145 passagers ont emprunté ce vol mercredi.**

2. b) $\dfrac{1\,113}{7} = 159$. **Il y avait en moyenne 159 passagers par jour cette semaine-là.**

3. a) La « cellule 12 » est la cellule I2 (colonne TOTAL, ligne de la semaine 1). On y a saisi la formule **=SOMME(B2:H2)** (ou =B2+C2+D2+E2+F2+G2+H2). Vérification : $157 + 145 + 142 + 159 + 190 + 156 + 161 = 1\,110$.

3. b) Dans la cellule J2, on a saisi **=MOYENNE(B2:H2)** (ou =I2/7). Vérification : $1\,110 \div 7 \approx 158{,}6$, affiché arrondi à 159.

4. 80 % de la capacité maximale : $190 \times \dfrac{80}{100} = 152$ passagers. La moyenne sur les douze semaines est 166 passagers par jour, et 166 est supérieur à 152 (cela représente $\dfrac{166}{190} \approx 87$ % de la capacité). **L'objectif est atteint.**

PARTIE 2

1. En 0,000 3 s, le signal parcourt $d = v \times t = 300\,000 \times 0{,}000\,3 = 90$ km. Ce trajet correspond à l'aller (radar → avion) et au retour (avion → radar) : la distance radar-avion est $90 \div 2 = 45$ km. **L'avion se trouve bien à 45 km du radar.**

> ⚠ **Piège.** Le signal fait l'aller-retour : la distance parcourue (90 km) est le double de la distance cherchée. Oublier de diviser par 2 est l'erreur la plus fréquente sur ce type de question.

2. L'altitude de l'avion est la longueur AI, où I est le point de l'horizontale situé à la verticale de l'avion : le triangle ARI est rectangle en I, d'hypoténuse $RA = 45$ km, et $\widehat{ARI} = 5^\circ$. AI est le côté opposé à cet angle : $\sin \widehat{ARI} = \dfrac{AI}{RA}$, donc $AI = 45 \times \sin 5^\circ \approx 3{,}922$ km, soit environ 3 922 m. **L'altitude de l'avion est d'environ 3 900 m (à la centaine de mètres près).**

PARTIE 3

1. Sur le graphique, le point de la courbe d'abscisse 10 s a pour ordonnée 450 m environ. **10 s après avoir touché le sol, l'avion a parcouru environ 450 m.**

2. À partir d'environ 20 s, la courbe est horizontale, à la hauteur de 600 m : la distance parcourue n'augmente plus, l'avion est arrêté. Aux instants 22 s et 26 s, on lit donc la même distance, 600 m. **La distance est la même car l'avion est déjà à l'arrêt : il ne parcourt plus aucun mètre.**

3. L'avion s'arrête au moment où la courbe atteint le palier de 600 m, c'est-à-dire vers 20 s. **L'avion met environ 20 secondes pour s'arrêter (après avoir parcouru 600 m sur la piste).**

Conseils pour le jour J

La consigne générale du sujet est « toutes les réponses doivent être justifiées » : même pour une question qui paraît évidente (comme l'Exercice 2 avec la calculatrice), écris le calcul qui prouve ta réponse. À l'exercice 4, la question 2 prépare la 3 : utilise la forme factorisée et la règle du produit nul, et vérifie tes solutions en les remplaçant dans l'équation de départ.

En géométrie, l'exercice 3 enchaîne Pythagore puis Thalès : rédige les deux étapes séparément, en citant les hypothèses (triangle rectangle en A, droites parallèles, points alignés), puis additionne les quatre longueurs. Dans le problème, les trois parties sont indépendantes : si tu bloques sur le tableur, passe au radar ou au graphique, qui rapportent des points rapidement. Pour les lectures graphiques, trace tes pointillés sur l'annexe et rends-la avec ta copie.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).