Corrigé – Brevet 2012 – mathématiques – Centres étrangers

Fractions, boîte cylindrique et programmes de calcul, QCM de géométrie et souvenir du Mont-Saint-Michel, Sortie au Mont-Saint-Michel : tombola, trigonométrie et marées

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – Fractions, boîte cylindrique et programmes de calcul *(12 pts)*

Exercice 1

1. La multiplication est prioritaire sur l'addition :
$\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}+\frac{2\times 3}{3\times 4}=\frac{1}{4}+\frac{6}{12}=\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$. **Le résultat est $\frac{3}{4}$.**

2. Après Lise, il reste $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ du paquet. Agathe mange les $\frac{2}{3}$ de ce reste, soit $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$ du paquet. Au total, les deux sœurs ont mangé $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$ du paquet (c'est le calcul de la question 1). Il reste donc $\frac{1}{4}$ du paquet, ce qui correspond à 5 gâteaux : le paquet en contenait $5\times 4=20$.
Vérification : Lise mange $\frac{1}{4}\times 20=5$ gâteaux, il en reste 15 ; Agathe en mange $\frac{2}{3}\times 15=10$, il en reste bien 5.
Le paquet contenait initialement 20 gâteaux.

> ⚠ **Piège.** Agathe mange les $\frac{2}{3}$ des gâteaux *restants*, pas les $\frac{2}{3}$ du paquet entier : additionner $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}$ est faux. La question 1 donnait d'ailleurs le bon calcul.

Exercice 2

1. a) Le volume de la boîte est 250 cm³ et son rayon est $x=3$ cm : $\pi\times 3^2\times h=250$, soit $9\pi\times h=250$, d'où $h=\frac{250}{9\pi}\approx 8{,}84$ cm. **On a bien $h\approx 8{,}8$ cm.**

1. b) Dans le patron, la longueur L du rectangle est égale au périmètre du disque de base (le rectangle s'enroule autour du disque) : $L=2\pi r=2\times\pi\times 3=6\pi\approx 18{,}85$ cm. **L ≈ 18,8 cm au mm près ($6\pi\approx 18{,}849\,6$ cm, soit 188 mm).**

2. a) La représentation graphique d'une fonction affine est une droite. Ici, la courbe n'est pas une droite (elle descend très vite puis de moins en moins). **La fonction représentée n'est pas une fonction affine.**

2. b) Par lecture graphique :

- pour une hauteur de 2 cm, on lit un rayon d'environ **6,3 cm** (entre 6 et 6,5 cm) ;
- pour un rayon de 4 cm, on lit une hauteur d'environ **5 cm**.

(Contrôle par le calcul : $h=\frac{250}{\pi\times 4^2}\approx 4{,}97$ cm, et pour $h=2$, $r^2=\frac{250}{2\pi}\approx 39{,}8$, d'où $r\approx 6{,}3$ cm.)

Exercice 3

1. Programme A avec 5 : $5+1=6$; $6^2=36$; $36-5^2=36-25=11$.
Programme B avec 5 : $2\times 5+1=11$. **On obtient 11 avec chacun des deux programmes.**

2. On note x le nombre choisi au départ.
Programme A : $(x+1)^2-x^2=x^2+2x+1-x^2=2x+1$ (identité remarquable $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$).
Programme B : $2x+1$.

Les deux programmes donnent $2x + 1$: quel que soit le nombre choisi, les résultats sont toujours égaux.

Activités géométriques – QCM de géométrie et souvenir du Mont-Saint-Michel *(12 pts)*

Exercice 1

1. Réponse : 24,6°. Le triangle MNP est rectangle en N et [MP] est son hypoténuse. $\sin\widehat{MPN} = \dfrac{MN}{MP} = \dfrac{5}{12}$, d'où $\widehat{MPN} \approx 24{,}6°$. (22,6° est obtenu en utilisant à tort la tangente $\dfrac{5}{12}$.)

2. Réponse : $V' = 8V$. Quand les longueurs sont multipliées par 2, les volumes sont multipliés par $2^3 = 8$: $V' = (2c)^3 = 8c^3 = 8V$.

3. Réponse : $2\sqrt{10}$. D'après le théorème de Pythagore, l'hypoténuse mesurant 7 : $?^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$, donc $? = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$.

4. Réponse : égale à 9 cm. Les points K, L, M sont alignés ainsi que K, P, N, et (LP) // (MN). D'après le théorème de Thalès dans le triangle KMN : $\dfrac{KL}{KM} = \dfrac{LP}{MN}$, avec $KM = KL + LM = 2 + 4 = 6$. Donc $\dfrac{2}{6} = \dfrac{3}{MN}$ et $MN = \dfrac{6 \times 3}{2} = 9$ cm.

> ⚠ **Piège.** Dans la question 4, le rapport de Thalès se calcule avec KM = 6 (la longueur du grand côté entier), pas avec LM = 4 : avec $\dfrac{2}{4}$, on trouverait 6 cm, qui est justement une des réponses proposées.

Exercice 2

1. a) Le point A est sur la sphère de centre O et de rayon 4,5 cm, donc $OA = 4{,}5$ cm. Le segment $[OO_1]$ est perpendiculaire au disque de base du cylindre, donc le triangle OO_1A est rectangle en O_1. D'après le **théorème de Pythagore** :
$OO_1^2 = OA^2 - O_1A^2 = 4{,}5^2 - 3{,}6^2 = 20{,}25 - 12{,}96 = 7{,}29$, donc $OO_1 = \sqrt{7{,}29} = 2{,}7$. **On a bien $OO_1 = 2{,}7$ cm.**

1. b) D'après la figure, le centre O est au-dessus de la base supérieure du cylindre : la hauteur de la calotte est $OO_1 + R = 2{,}7 + 4{,}5 = 7{,}2$ cm. On ajoute la hauteur du cylindre : $7{,}2 + 3{,}8 = 11$ cm. **La hauteur totale de l'objet est de 11 cm.**

2. a) Volume du cône de rayon 3,6 cm et de hauteur 4,7 cm :
$V = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3{,}6^2 \times 4{,}7 = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 12{,}96 \times 4{,}7 = 20{,}304\pi \approx 63{,}8$ cm³. **Le volume de la maquette est bien d'environ 64 cm³.**

2. b) 20 % du volume de la calotte : $342 \times 0{,}20 = 68{,}4$ cm³. Or le volume de la maquette, environ 64 cm³, est inférieur à 68,4 cm³. (Autre méthode : $\dfrac{64}{342} \approx 0{,}187$, soit environ 18,7 %.) **C'est vrai : la maquette représente moins de 20 % du volume de la calotte (environ 18,7 %).**

Problème – Sortie au Mont-Saint-Michel : tombola, trigonométrie et marées *(12 pts)*

Partie 1 : Financement de la sortie

1. Coût total de la sortie pour les 48 élèves : $48 \times 120 = 5\,760$ €. Part du FSE : $5\,760 \times \dfrac{15}{100} = 864$ €. **Le FSE prend en charge 864 €, soit 18 € par élève** ($120 \times 0{,}15 = 18$)**.**

2. a) On multiplie chaque nombre de cases par le nombre d'élèves correspondant :
$10 \times 5 + 12 \times 12 + 14 \times 9 + 15 \times 7 + 16 \times 5 + 18 \times 6 + 20 \times 4$
$= 50 + 144 + 126 + 105 + 80 + 108 + 80 = 693$. **693 cases ont été vendues en décembre.**

2. b) $693 \times 2 = 1\,386$. **Cela représente 1 386 €.**

2. c) Les élèves ayant vendu 15 cases ou moins sont $5 + 12 + 9 + 7 = 33$ sur 48. $\dfrac{33}{48} = 0{,}687\,5$, soit 68,75 %. **Environ 69 % des élèves ont vendu 15 cases ou moins.**

2. d) Moyenne $= \dfrac{693}{48} \approx 14{,}44$. **Les élèves ont vendu en moyenne environ 14 cases chacun.**

3. a) Les 960 cases ont la même chance d'être tirées et 92 sont gagnantes : $p = \dfrac{92}{960} \approx 0{,}095\,8$. **La probabilité de gagner un lot est environ 0,10.**

3. b) Il y a 20 clés USB : $p = \dfrac{20}{960} = \dfrac{1}{48} \approx 0{,}020\,8$. **La probabilité de gagner une clé USB est environ 0,02.**

Partie 2 : Travail effectué en mathématiques sur le Mont

1. Le point H est à la hauteur de l'œil : $HK = OL = 1{,}60$ m, donc $SH = SK - HK = 170 - 1{,}60 = 168{,}4$ m.
Le triangle SOH est rectangle en H. On connaît l'angle $\widehat{SOH} = 25^\circ$ et le côté opposé SH ; on cherche le côté adjacent OH :
$\tan\widehat{SOH} = \dfrac{SH}{OH}$, donc $OH = \dfrac{168{,}4}{\tan 25^\circ} \approx 361{,}1$ m.
OLKH est un rectangle, donc $LK = OH$. **Alexandre se trouve à environ 361 m du Mont.**

> **Astuce.** Pense à retirer la hauteur de l'œil (1,60 m) : l'angle est mesuré depuis O, pas depuis le sol. Avec 170 m, on trouverait 365 m, un résultat faux.

2. Réponse : entre 40 000 m² et 80 000 m². Le Mont est inscrit dans un rectangle de 225 m sur 285 m, dont l'aire vaut $225 \times 285 = 64\,125$ m². La superficie du Mont est donc inférieure à 64 125 m² : les réponses « entre 80 000 et 150 000 m² » et « entre 150 000 et 200 000 m² » sont impossibles.
Pour départager les deux réponses restantes, il faut estimer la part du rectangle occupée par le Mont : la superficie dépasse 40 000 m² dès que le Mont couvre plus de $\dfrac{40\,000}{64\,125} \approx 62$ % du rectangle. La justification attendue s'appuie sur la feuille annexe du sujet (non reproduite ici) : on quadrille le rectangle et on compte les carreaux couverts par le Mont. À défaut, on peut assimiler le Mont, de forme arrondie et inscrit dans le rectangle, à l'ellipse (l'ovale) inscrite dans ce rectangle, dont l'aire vaut $\pi \times \dfrac{225}{2} \times \dfrac{285}{2} \approx 50\,360$ m², soit environ les trois quarts du rectangle. **La superficie de la partie émergée est comprise entre 40 000 m² et 80 000 m².**

Partie 3 : La traversée de la baie

1. a) L'heure de basse mer 11 h 14 figure dans la colonne « Matin » des basses mers, à la ligne 3 J. **La marée est basse à 11 h 14 le jeudi 3.**

1. b) Le samedi 5, les pleines mers ont lieu à 6 h 58 et à 19 h 13. De 6 h 58 à 18 h 58, il s'écoule 12 h, puis de 18 h 58 à 19 h 13, 15 min. **La durée entre les deux pleines mers est de 12 h 15 min.**

2. Le 3 est un jeudi et le 7 un lundi : les mardis du tableau sont donc le 1 et le 8 (les lignes « 1 M » et « 8 M » ; « 2 M » et « 9 M » sont des mercredis). La traversée se fait à marée basse.

- Mardi 1 : basses mers à 9 h 26 (matin) et 22 h 01 (soir), aucune l'après-midi.
- Mardi 8 : basse mer à 15 h 09, en plein après-midi.

Les professeurs doivent choisir le mardi 8 (basse mer à 15 h 09).

3. 2 h 30 min $= 2{,}5$ h. Vitesse moyenne : $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{13}{2{,}5} = 5{,}2$ km/h. **La vitesse moyenne du groupe sera de 5,2 km/h.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet est long (trois exercices, un QCM et un problème en trois parties) : ne t'attarde pas sur le QCM, mais fais chaque calcul au brouillon, car les mauvaises réponses correspondent aux erreurs classiques (tangente au lieu du sinus, rapport de Thalès pris avec LM au lieu de KM). Dans les questions « montrer que », le résultat est donné : ce qui rapporte, c'est la propriété nommée (Pythagore pour $\mathrm{OO_1}$, formule du cône) et le calcul détaillé jusqu'à la valeur annoncée.

Dans le problème, lis bien les tableaux : la moyenne pondérée se calcule en divisant par 48 élèves (et non par 7 colonnes), et pour les marées, il faut d'abord retrouver quels jours sont des mardis à partir des lettres L, M, J… Pour la superficie du Mont, commence par l'argument sûr (le Mont est plus petit que le rectangle qui le contient) : il élimine déjà deux réponses sur quatre.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).