Corrigé – Brevet 2012 – mathématiques – Brevet AmeriqueSud nov- 2012 (remplacement)

QCM, probabilités et fraction irréductible, Aire et périmètre d'un terrain, trigonométrie, Thalès, Le lancer de poids : aire, volume, lectures graphiques et statistiques

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – QCM, probabilités et fraction irréductible *(12 pts)*

Exercice 1

1. Réponse : $9x^2+30x+25$**.** Avec l'identité remarquable $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$: $(3x+5)^2=(3x)^2+2\times 3x\times 5+5^2=9x^2+30x+25$.

2. Réponse : $(4x+7)(4x-7)$**.** $16x^2-49=(4x)^2-7^2$, et $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

3. Réponse : $2\sqrt{3}$**.** $\sqrt{48}=\sqrt{16\times 3}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$, donc $\dfrac{\sqrt{48}}{2}=\dfrac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$. (3,64 n'est qu'une valeur approchée, et $\sqrt{24}\approx 4{,}9$ ne convient pas.)

4. Réponse : affine. $f(x)=5-4x=-4x+5$ est de la forme $ax+b$ avec $a=-4$ et $b=5$; comme $b\neq 0$, elle n'est pas linéaire.

5. Réponse : $6{,}51\times 10^7$**.** $65\,100\,000=6{,}51\times 10\,000\,000=6{,}51\times 10^7$, avec $1\leqslant 6{,}51$ et $6{,}51$ inférieur à 10 (651×10^5 est égal mais n'est pas une écriture scientifique).

Exercice 2

1. Une chance sur deux de tirer une boule rouge signifie que les boules rouges représentent la moitié des boules de l'urne : il y a donc autant de boules rouges que de boules d'une autre couleur, soit $6+5=11$. Vérification : l'urne contient 22 boules et $\dfrac{11}{22}=\dfrac{1}{2}=50\ \%$. **Il y a 11 boules rouges dans l'urne.**

2. Les 8 secteurs sont identiques, donc les 8 numéros sont équiprobables. Les multiples de 3 entre 1 et 8 sont 3 et 6. $p=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$. **La probabilité d'obtenir un multiple de 3 est $\dfrac{1}{4}$.**

3. Pour gagner, Pierre doit d'abord tirer une boule rouge (probabilité $\dfrac{1}{2}$), puis obtenir un multiple de 3 (probabilité $\dfrac{1}{4}$). Les deux épreuves se succèdent, on multiplie les probabilités le long du chemin de l'arbre : $p=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{8}$. **La probabilité que Pierre gagne le gros lot est $\dfrac{1}{8}$ (soit 12,5 %).**

> 💡 **Astuce.** Pour une expérience en deux étapes, dessine un arbre : la probabilité d'un chemin est le produit des probabilités écrites sur ses branches.

Exercice 3

1. 555 et 240 sont tous les deux divisibles par 5 (ils se terminent par 5 et par 0) : $555=5\times 111$ et $240=5\times 48$. Ils ont un diviseur commun autre que 1. **555 et 240 ne sont pas premiers entre eux.**

2. On calcule le PGCD de 555 et 240 par l'algorithme d'Euclide :
$555=2\times 240+75$; $240=3\times 75+15$; $75=5\times 15+0$.
Le dernier reste non nul est 15, donc PGCD(555 ; 240) = 15. On divise numérateur et dénominateur par 15 :

$\dfrac{240}{555} = \dfrac{240 \div 15}{555 \div 15} = \dfrac{16}{37}$. **La fraction irréductible est $\dfrac{16}{37}$.** (16 et 37 n'ont pas de diviseur commun autre que 1 : 37 est premier et ne divise pas 16.)

Activités géométriques – Aire et périmètre d'un terrain, trigonométrie, Thalès *(12 pts)*

Exercice 1

1. Le terrain se décompose en un rectangle ABDE et un triangle BDC rectangle en D.

- Rectangle ABDE : $AB = 20$ m et $AE = 40$ m, aire $= 20 \times 40 = 800$ m².
- Triangle BDC : $BD = AE = 40$ m et $DC = EC - ED = 50 - 20 = 30$ m, aire $= \dfrac{40 \times 30}{2} = 600$ m².

Aire du terrain : $800 + 600 = 1\,400$ m². Il faut 1 kg pour 35 m² : $1\,400 \div 35 = 40$ kg de gazon. Un sac contient 15 kg : $40 \div 15 \approx 2{,}67$; deux sacs (30 kg) ne suffisent pas. **Pierre doit acheter 3 sacs de gazon.**

2. Il manque la longueur BC. Le triangle BDC est rectangle en D ; d'après le **théorème de Pythagore** : $BC^2 = BD^2 + DC^2 = 40^2 + 30^2 = 1\,600 + 900 = 2\,500$, donc $BC = \sqrt{2\,500} = 50$ m.
Périmètre du terrain : $AB + BC + CE + EA = 20 + 50 + 50 + 40 = 160$ m. **Le contour mesure 160 m : les 150 m de grillage ne suffisent pas (il manque 10 m).**

> ⚠ **Piège.** Le segment [BD] en pointillés est un trait de construction : il ne fait pas partie du contour. On ne le compte pas dans le périmètre.

Exercice 2

Dans le triangle ABI, la somme des angles vaut 180° : $\widehat{AIB} = 180 - 35 - 55 = 90^\circ$. Le triangle ABI est donc rectangle en I, d'hypoténuse $[AB] = 800$ m.

Dans le triangle ABI rectangle en I, avec l'angle $\widehat{IAB} = 35^\circ$:
$\cos \widehat{IAB} = \dfrac{AI}{AB}$, donc $AI = 800 \times \cos 35^\circ \approx 655{,}3$ m ;
$\sin \widehat{IAB} = \dfrac{BI}{AB}$, donc $BI = 800 \times \sin 35^\circ \approx 458{,}9$ m.
Vérification avec Pythagore : $655{,}3^2 + 458{,}9^2 \approx 429\,418 + 210\,589 \approx 640\,007$, et $800^2 = 640\,000$. **Le bateau A est à environ 655 m de l'île et le bateau B à environ 459 m.**

> 💡 **Astuce.** Avant d'utiliser la trigonométrie, il faut un triangle rectangle : ici, c'est la somme des angles ($35^\circ + 55^\circ = 90^\circ$) qui le fournit. Écris ce calcul, il fait partie de la justification.

Exercice 3

Les points E, P, N d'une part et F, P, M d'autre part sont alignés, et les droites (EF) et (MN) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** (configuration « papillon ») :
$\dfrac{PE}{PN} = \dfrac{PF}{PM} = \dfrac{EF}{MN}$, avec $PE = 2$, $PN = 5$ et $EF = 3$ (longueurs lues sur la figure).
Donc $\dfrac{2}{5} = \dfrac{3}{MN}$, d'où $MN = \dfrac{5 \times 3}{2} = 7{,}5$. **$MN = 7{,}5$** (dans l'unité de longueur de la figure).

Problème – Le lancer de poids : aire, volume, lectures graphiques et statistiques *(12 pts)*

I - Le cercle de lancer

1. Le rayon du cercle est $r = 2{,}14 \div 2 = 1{,}07$ m. Aire du disque : $A = \pi r^2 = \pi \times 1{,}07^2 = 1{,}144\,9\pi \approx 3{,}60$ m². **L'aire du disque de lancer est d'environ 3,60 m².**

2. À l'échelle $\dfrac{1}{50}$, les longueurs réelles sont divisées par 50 : 2,14 m = 214 cm, et $214 \div 50 = 4{,}28$ cm. Sur le dessin, le cercle a donc un diamètre de 4,28 cm, soit un **rayon de 2,14 cm**. Les angles ne changent pas avec l'échelle :

- on trace au compas un cercle de centre O et de rayon 2,14 cm ;
- on trace deux demi-droites issues du centre O, formant entre elles un angle de 40° (au rapporteur), comme sur le schéma ;
- la zone de lancer valable est la partie du sol comprise entre ces deux demi-droites, à l'extérieur du cercle.

II - Le poids

Le poids est une boule de diamètre 12 cm, donc de rayon 6 cm. Avec le formulaire :
$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3} \times \pi \times 6^3 = \dfrac{4}{3} \times 216\pi = 288\pi \approx 904{,}8$ cm³.
Chaque cm³ pèse 8 g : masse $= 8 \times 288\pi = 2\,304\pi \approx 7\,238$ g, soit environ 7,24 kg.

- Pour les hommes : le diamètre (120 mm) est bien compris entre 110 mm et 130 mm, mais la masse (environ 7,238 kg) est inférieure au minimum de 7,26 kg.
- Pour les femmes : le diamètre de 120 mm dépasse le maximum de 110 mm (et la masse dépasse largement 4,025 kg).

Ce poids ne vérifie pas les conditions : il ne peut être utilisé en compétition ni chez les hommes ni chez les femmes (il est trop léger d'environ 22 g pour les hommes).

> ⚠ **Piège.** Le diamètre est en mm dans le tableau et en cm dans l'énoncé (12 cm = 120 mm), et la masse s'obtient en grammes (7 238 g = 7,238 kg). Convertis avant de comparer, et n'arrondis pas trop tôt : avec 7,3 kg, on conclurait à tort que le poids est valable.

III - Trajectoires

1. Les trois courbes partent du point de coordonnées (0 ; 2). **Le poids est lâché à 2 m de hauteur.**

2. La longueur du jet est l'abscisse du point où la courbe rejoint l'axe horizontal (hauteur 0) : environ 16 m pour (C1), 19 m pour (C2) et 11,5 m pour (C3). **Le jet le plus long est obtenu avec un angle de 40° (courbe (C2)) : la distance est d'environ 19 m.**

3. Le point le plus haut est le sommet de la courbe (C1), dont l'ordonnée est environ 8,5 m (atteinte vers 7,5 m de distance horizontale). **Le poids monte le plus haut avec un angle de 60° : il atteint environ 8,5 m.**

IV - Performances

On range les 11 lancers dans l'ordre croissant (en m) :
19,67 ; 20,06 ; 20,41 ; 20,42 ; 20,53 ; 20,63 ; 20,98 ; 21,04 ; 21,05 ; 21,09 ; 21,51.

1. Les trois meilleurs lancers sont les trois plus grandes valeurs. **Pologne (or) : 21,51 m ; États-Unis (argent) : 21,09 m ; Biélorussie (bronze) : 21,05 m.**

2. Somme des 11 lancers : $19{,}67 + 20{,}06 + 20{,}41 + 20{,}42 + 20{,}53 + 20{,}63 + 20{,}98 + 21{,}04 + 21{,}05 + 21{,}09 + 21{,}51 = 227{,}39$ m.
Moyenne : $\dfrac{227{,}39}{11} \approx 20{,}67$ m. **La longueur moyenne de lancer de cette finale est d'environ 20,67 m.**

3. Il y a 11 valeurs (nombre impair) : la médiane est la valeur de rang $\dfrac{11+1}{2} = 6$ dans la série rangée, soit 20,63 m (5 lancers plus courts, 5 plus longs). **Le lancer de Yurly Bilonoh mesurait 20,63 m.**

4. Les lancers supérieurs à 21 m sont 21,04 ; 21,05 ; 21,09 et 21,51 : 4 lanceurs sur 11. $\dfrac{4}{11} \approx 0{,}364$. **Environ 36,4 % des finalistes ont franchi les 21 m.**

Conseils pour le jour J

Le QCM ne demande aucune justification, mais fais les calculs au brouillon : les mauvaises réponses sont les erreurs classiques (oublier le double produit, confondre $\dfrac{\sqrt{48}}{2}$ et $\sqrt{24}$, confondre linéaire et affine). En géométrie, chaque exercice se résout avec un théorème à nommer (Pythagore, trigonométrie, Thalès) : écris son nom et vérifie ses hypothèses (triangle rectangle, droites parallèles, points alignés).

Dans le problème, les parties sont indépendantes : si tu bloques sur le dessin à l'échelle, passe aux lectures graphiques et aux statistiques, qui rapportent vite. Pour la médiane, range d'abord les valeurs dans l'ordre croissant, c'est l'étape que les correcteurs veulent voir. Au poids, garde la valeur exacte 288π jusqu'au bout : l'écart avec 7,26 kg n'est que de quelques dizaines de grammes.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).