Corrigé – Brevet 2012 – mathématiques – Asie

Fréquences, probabilités, fonction affine et QCM, Pythagore, trigonométrie, Thalès et agrandissement, Le parc d'ani-math-ion : peinture et tarifs

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – Fréquences, probabilités, fonction affine et QCM *(12 pts)*

Exercice 1

1. En classant les fréquences dans l'ordre décroissant : E (17,26 %), A (8,40 %), S (8,08 %), I (7,35 %) et N (7,13 %) ; la suivante est T (7,07 %). **Les cinq lettres les plus fréquentes sont E, A, S, I et N.**

2. Les voyelles sont A, E, I, O, U et Y. Leur fréquence totale est :
$8{,}40 + 17{,}26 + 7{,}35 + 5{,}26 + 5{,}74 + 0{,}30 = 44{,}31$ %.
Les fréquences des 26 lettres ont pour somme 100 %, donc les consonnes représentent $100 - 44{,}31 = 55{,}69$ %.
On peut représenter cette répartition par un **diagramme circulaire**. Les angles sont proportionnels aux fréquences (100 % correspondent à 360°) :

	Voyelles	**Consonnes**	**Total**
Fréquence	44,31 %	55,69 %	100 %
Angle	$44{,}31 \times 3{,}6 \approx 160^\circ$	$55{,}69 \times 3{,}6 \approx 200^\circ$	360°

On trace un disque, un secteur de 160° pour les voyelles et un secteur de 200° pour les consonnes, avec une légende. (Un diagramme en barres de hauteurs 44,31 et 55,69 est aussi accepté.)

3. Si les 26 lettres avaient la même fréquence, chacune aurait la fréquence $\dfrac{100}{26} \approx 3{,}85$. **Chaque lettre aurait une fréquence d'environ 3,85 %** (soit $\dfrac{1}{26}$).

Exercice 2

On choisit au hasard un jeton parmi 100 : les 100 issues sont équiprobables.

1. Il y a 8 jetons I : $p(I) = \dfrac{8}{100} = 0{,}08$. **La probabilité d'obtenir la lettre I est 0,08.**

2. Le nombre de voyelles est $9 + 15 + 8 + 6 + 6 + 1 = 45$, donc $p(\text{voyelle}) = \dfrac{45}{100} = 0{,}45$. **La probabilité d'obtenir une voyelle est 0,45.**

3. Obtenir une consonne est l'événement contraire d'obtenir une voyelle : $p(\text{consonne}) = 1 - 0{,}45 = 0{,}55$. **La probabilité d'obtenir une consonne est 0,55.**

Exercice 3

1. $f(-3) = -5 \times (-3) + 1 = 15 + 1 = 16$. **L'image de -3 par f est 16.**

2. On résout $f(x) = 4$: $-5x + 1 = 4$, donc $-5x = 3$, d'où $x = \dfrac{3}{-5} = -0{,}6$.
Vérification : $f(-0{,}6) = -5 \times (-0{,}6) + 1 = 3 + 1 = 4$. **L'antécédent de 4 par f est $-0{,}6$.**

> ⚠ **Piège.** L'image se calcule en remplaçant x par le nombre ; l'antécédent s'obtient en résolvant une équation. Ne confonds pas les deux questions.

Exercice 4 (QCM)

Question 1 : réponse A. $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$. (La réponse C, $2\sqrt{25} = 10$, est fausse car $10^2 = 100 \neq 50$.)

Question 2 : réponse C. D'après l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$: $(2x-1)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = 4x^2 - 4x + 1$.

Question 3 : réponse B. Algorithme d'Euclide : $119 = 91 \times 1 + 28$; $91 = 28 \times 3 + 7$; $28 = 7 \times 4 + 0$. Le dernier reste non nul est 7, donc $\text{PGCD}(91 ; 119) = 7$. (On vérifie : $91 = 7 \times 13$ et $119 = 7 \times 17$, et 13 et 17 n'ont pas de diviseur commun autre que 1.)

Activités géométriques – Pythagore, trigonométrie, Thalès et agrandissement *(12 pts)*

Exercice 1

1. La terrasse [DN] est horizontale et le mur [NP] est vertical : ils sont perpendiculaires, donc le triangle DNP est rectangle en N. Son hypoténuse est [DP]. D'après le **théorème de Pythagore** :
$DP^2 = DN^2 + NP^2$, donc $NP^2 = DP^2 - DN^2 = 4{,}2^2 - 4^2 = 17{,}64 - 16 = 1{,}64$.
$NP = \sqrt{1{,}64} \approx 1{,}2806$. **La hauteur du mur est d'environ 1,28 m** (arrondie au cm, soit 128 cm).

2. Dans le triangle DNP rectangle en N, DN est le côté adjacent à l'angle $\widehat{NDP}$ et DP l'hypoténuse. D'après la **trigonométrie** :
$\cos \widehat{NDP} = \dfrac{DN}{DP} = \dfrac{4}{4{,}2} \approx 0{,}952$, donc $\widehat{NDP} \approx 17{,}75°$.
L'angle entre la terrasse et le terrain en pente mesure environ 18° (arrondi au degré).

> 💡 **Astuce.** Utilise de préférence les longueurs données par l'énoncé (4 m et 4,20 m) plutôt que la valeur arrondie de NP : ton angle sera plus précis.

Exercice 2

1. Les points A, F, D sont alignés dans cet ordre et les points A, C, U sont alignés dans le même ordre. On a $AD = AF + FD = 3 + 1{,}5 = 4{,}5$ cm.
D'une part $\dfrac{AF}{AD} = \dfrac{3}{4{,}5} = \dfrac{2}{3}$; d'autre part $\dfrac{AC}{AU} = \dfrac{2}{3}$.
Les rapports sont égaux, donc d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (FC) et (DU) sont parallèles.**

2. Le triangle ADU est un agrandissement du triangle AFC (les côtés sont proportionnels car (FC) // (DU)).
Le rapport d'agrandissement est $k = \dfrac{AD}{AF} = \dfrac{4{,}5}{3} = 1{,}5$ (on retrouve $\dfrac{AU}{AC} = \dfrac{3}{2} = 1{,}5$). **Le rapport d'agrandissement est 1,5.**

3. La hauteur issue de C dans le triangle ACF est relative au côté [AF]. L'aire de AFC est donc $\dfrac{AF \times h}{2} = \dfrac{3 \times 1{,}6}{2} = 2{,}4$ cm².
Dans un agrandissement de rapport k, les aires sont multipliées par k^2 : aire de ADU $= 1{,}5^2 \times 2{,}4 = 2{,}25 \times 2{,}4 = 5{,}4$.
Vérification : la hauteur issue de U dans ADU mesure $1{,}5 \times 1{,}6 = 2{,}4$ cm, et $\dfrac{4{,}5 \times 2{,}4}{2} = 5{,}4$. **L'aire du triangle ADU est 5,4 cm².**

Problème – Le parc d'ani-math-ion : peinture et tarifs *(12 pts)*

Partie 1

1. Le bâtiment est un pavé droit à base carrée de côté 7 m et de hauteur 3,5 m. D'après la figure, la base de la coupole est un cercle inscrit dans le carré du toit : son diamètre est 7 m, donc son rayon est $R = 3{,}5$ m.

- Les 4 faces latérales sont des rectangles de 7 m sur 3,5 m : $4 \times 7 \times 3{,}5 = 98$ m².
- La partie plane du toit est le carré privé du disque de base de la coupole : $7^2 - \pi \times 3{,}5^2 = 49 - 12{,}25\pi \approx 10{,}52$ m².
- La coupole est une demi-sphère : $\dfrac{4\pi R^2}{2} = 2\pi \times 3{,}5^2 = 24{,}5\pi \approx 76{,}97$ m².

Aire à peindre, en retirant les 18 m² d'ouvertures :
$98 + (49 - 12{,}25\pi) + 24{,}5\pi - 18 = 129 + 12{,}25\pi \approx 167{,}5$ m².
L'aire totale à peindre est d'environ 168 m².

2. On utilise une surface de 168 m².

- Pots de peinture : $168 \div 40 = 4{,}2$; 4 pots ne suffisent pas (160 m²), il faut donc **5 pots**, soit $5 \times 400 = 2\,000$ €.
- Main d'œuvre : $168 \div 42 = 4$, soit **4 heures**, et $4 \times 35 = 140$ €.
- Total HT : $2\,500 + 2\,000 + 140 = 4\,640$ €.
- TVA : $4\,640 \times \dfrac{19{,}6}{100} = 909{,}44$ €.
- Total TTC : $4\,640 + 909{,}44 = 5\,549{,}44$ €.

Quantité	Désignation	Prix unitaire	Prix total
5	pots d'antirouille	500,00 €	2 500,00 €
5	pots de peinture	400,00 €	**2 000,00 €**
4	heures (main d'œuvre)	35,00 €	**140,00 €**
Total HT (coût hors taxe)			**4 640,00 €**
Montant de la TVA à 19,6 %			**909,44 €**
TOTAL TTC (coût toutes taxes comprises)			**5 549,44 €**

> ⚠ **Piège.** On achète des pots entiers : 4,2 pots, cela fait 5 pots, pas 4. Arrondis toujours à l'entier supérieur quand il s'agit d'acheter assez de matériel.

Partie 2

1. a) Sans forfait, un couple et un enfant paient $2 \times 12 + 7 = 31$ €, ce qui est moins que le forfait famille à 35 €. **Le forfait famille n'est pas intéressant pour ce couple avec un enfant.**

1. b) Pour un couple avec n enfants, le prix sans forfait est $24 + 7n$ euros. Le forfait est intéressant si $24 + 7n > 35$, c'est-à-dire $7n > 11$, soit $n > \dfrac{11}{7} \approx 1{,}57$. Avec 1 enfant : 31 € < 35 € ; avec 2 enfants : $24 + 14 = 38$ € > 35 €. **Un couple a intérêt à choisir le forfait famille à partir de 2 enfants.**

2. a) $89 \times 35 = 3\,115$. **La recette des forfaits famille est de 3 115 €.**

2. b) $\dfrac{3\,115}{510} \approx 6{,}11$. **Le prix moyen par personne est d'environ 6,11 €.**

3. Notons a le nombre d'entrées adultes et e le nombre d'entrées enfants. On a :
$a + e = 380$ (nombre de personnes) et $12a + 7e = 3\,660$ (recette en euros).

De la première équation, $e = 380 - a$. En remplaçant dans la seconde : $12a + 7(380 - a) = 3\,660$, soit $12a + 2\,660 - 7a = 3\,660$, d'où $5a = 1\,000$ et $a = 200$. Alors $e = 380 - 200 = 180$.
Vérification : $12 \times 200 + 7 \times 180 = 2\,400 + 1\,260 = 3\,660$ €. **Il y a eu 200 entrées adultes et 180 entrées enfants.**

> 💡 **Astuce.** Sans système, tu peux raisonner ainsi : si les 380 personnes étaient des enfants, la recette serait $380 \times 7 = 2\,660$ € ; il manque 1 000 €, et chaque adulte rapporte 5 € de plus qu'un enfant, donc il y a $1\,000 \div 5 = 200$ adultes.

Conseils pour le jour J

Ce sujet est découpé en trois parties de 12 points (activités numériques, activités géométriques, problème) : répartis ton temps à peu près à égalité et garde 10 minutes pour remplir l'annexe et te relire. L'annexe (la facture) se rend avec la copie : ne l'oublie pas.

Beaucoup de points se gagnent sur des questions courtes : les lettres les plus fréquentes, les probabilités, l'image et l'antécédent, le QCM. Dans le QCM, une seule réponse est juste et une erreur n'enlève pas de point : réponds à toutes les questions, mais vérifie chaque réponse par un calcul (développer, décomposer $50 = 25 \times 2$, appliquer l'algorithme d'Euclide).

Dans le problème, écris chaque étape du calcul de l'aire à peindre (faces, toit, coupole, ouvertures) : on te donne le résultat « environ 168 m² », donc c'est la démarche qui est notée. Pense aussi à la phrase de conclusion et à l'unité (m², €) à chaque réponse.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).