Corrigé – Brevet 2011 – mathématiques – Pondichéry

QCM, calcul littéral et statistiques sur des notes, Angles inscrits et silo à grains (cône, réduction, Thalès), Le bardage du pignon : aire, pourcentage, Thalès, fonction et trigonométrie

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – QCM, calcul littéral et statistiques sur des notes *(12 pts)*

Exercice 1

Question 1. Diviseurs de 30 : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30. Diviseurs de 42 : 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42. Les diviseurs communs sont 1, 2, 3 et 6 (5 ne divise pas 42 et 7 ne divise pas 30). **Réponse B.**

Question 2. Le sac contient $10 + 5 = 15$ boules, dont 5 noires, et les tirages sont équiprobables : $p = \dfrac{5}{15} = \dfrac{1}{3}$. **Réponse A.**

Question 3. $7x - 5 < 4x + 1$ équivaut à $7x - 4x < 1 + 5$, soit $3x < 6$, soit $x < 2$. Les solutions sont tous les nombres strictement inférieurs à 2 : la partie de la droite graduée située à gauche de 2, avec le crochet tourné vers l'extérieur en 2 (2 est exclu). **Réponse A.**

Question 4. $\dfrac{(10^{-3})^2 \times 10^4}{10^{-5}} = \dfrac{10^{-6} \times 10^4}{10^{-5}} = \dfrac{10^{-2}}{10^{-5}} = 10^{-2-(-5)} = 10^3$. **Réponse C.**

> ⚠ **Piège.** À la question 4, $(10^{-3})^2 = 10^{-3\times 2} = 10^{-6}$ (on multiplie les exposants), et diviser par 10^{-5} revient à multiplier par 10^5 : attention au signe « moins moins ».

Exercice 2

1. $A = (2x+1)(x-5) = 2x^2 - 10x + x - 5$, donc $A = 2x^2 - 9x - 5$.

2. Pour $x = -3$: $A = 2 \times (-3)^2 - 9 \times (-3) - 5 = 18 + 27 - 5 = 40$.
Vérification avec la forme factorisée : $(2 \times (-3) + 1)(-3 - 5) = (-5) \times (-8) = 40$. **Pour $x = -3$, A = 40.**

3. $A = 0$ équivaut à $(2x+1)(x-5) = 0$. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul :
$2x + 1 = 0$, soit $x = -\dfrac{1}{2}$; ou $x - 5 = 0$, soit $x = 5$.
Les solutions de l'équation sont $-\dfrac{1}{2}$ et 5.

Exercice 3

On lit les notes sur le graphique :

Devoir	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Note	13	12	9	11	6	11	11	17	19	14	3	12

1. Le point le plus haut correspond à la note 19. **Mathieu a obtenu sa meilleure note au devoir n° 9.**

2. La somme des 12 notes est $13 + 12 + 9 + 11 + 6 + 11 + 11 + 17 + 19 + 14 + 3 + 12 = 138$.
Moyenne : $\dfrac{138}{12} = 11{,}5$. **La moyenne des notes de Mathieu est de 11,5 sur 20.**

3. L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite note : $19 - 3 = 16$. **L'étendue de la série est 16.**

4. a. Les notes strictement inférieures à 10 sont 9 (devoir 3), 6 (devoir 5) et 3 (devoir 11). **Mathieu a eu 3 notes strictement inférieures à 10.**

b. $\dfrac{3}{12} = 0{,}25$. **Cela représente 25 % des devoirs.**

> 💡 **Astuce.** Avant de calculer, recopie les 12 notes lues dans un tableau : tu les réutilises pour toutes les questions et le correcteur voit tes lectures. Vérifie que tu as bien 12 valeurs.

Activités géométriques – Angles inscrits et silo à grains (cône, réduction, Thalès) *(12 pts)*

Exercice 1

1. Le point D appartient au cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [BM]. Or, si un triangle est inscrit dans un cercle et a pour côté un diamètre de ce cercle, alors il est rectangle et ce diamètre est son hypoténuse. **Le triangle BMD est donc rectangle en D.**

2. a. Le triangle ABD est isocèle en A, donc ses angles à la base sont égaux : $\widehat{ADB} = \widehat{ABD} = 75°$. La somme des angles d'un triangle vaut $180°$, donc $\widehat{BAD} = 180° - 2 \times 75° = 30°$. **L'angle $\widehat{BAD}$ mesure $30°$.**

b. L'angle inscrit $\widehat{BMD}$ intercepte l'arc $\overset{\frown}{BD}$ (celui qui ne contient pas M). L'angle inscrit $\widehat{BAD}$ intercepte le même arc. **Réponse : l'angle $\widehat{BAD}$.**

c. Deux angles inscrits dans un même cercle qui interceptent le même arc ont la même mesure. Donc $\widehat{BMD} = \widehat{BAD} = 30°$. **L'angle $\widehat{BMD}$ mesure bien $30°$.**

3. Le triangle BMD est rectangle en D, d'hypoténuse [BM]. D'après le **théorème de Pythagore** : $BM^2 = BD^2 + DM^2$, donc $DM^2 = BM^2 - BD^2 = 11{,}2^2 - 5{,}6^2 = 125{,}44 - 31{,}36 = 94{,}08$.
$DM = \sqrt{94{,}08} \approx 9{,}699$. **DM ≈ 9,7 cm** (arrondi au dixième).
Vérification par la trigonométrie : $DM = BM \times \cos\widehat{BMD} = 11{,}2 \times \cos 30° \approx 9{,}7$ cm.

Exercice 2

Partie 1

1. a. Le cône a pour rayon de base $r = AB = 1{,}20$ m et pour hauteur $h = SA = 1{,}60$ m :
$V_{cône} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 1{,}2^2 \times 1{,}6 = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 1{,}44 \times 1{,}6 = 0{,}768\pi \approx 2{,}4127$.
Le volume du cône, arrondi au millième, est bien de 2,413 m³.

b. Contenance totale : $2{,}413 + 10{,}857 = 13{,}270$ m³. Or 1 m³ $= 1\,000$ dm³ $= 1\,000$ L. **La contenance du silo est d'environ 13 270 litres.**

2. a. Le coefficient de réduction est $k = \dfrac{SO}{SA} = \dfrac{1{,}20}{1{,}60} = 0{,}75$. **Le coefficient de réduction est 0,75** (soit $\dfrac{3}{4}$).

b. Dans une réduction de coefficient k, les volumes sont multipliés par k^3 :
$V_{grains} = 0{,}75^3 \times V_{cône} = 0{,}421\,875 \times 0{,}768\pi = 0{,}324\pi \approx 1{,}0179$.
Le silo contient environ 1,018 m³ de grains.

> ⚠ **Piège.** Les longueurs sont multipliées par k, mais les volumes par k^3 : multiplier le volume par 0,75 seulement donnerait 1,810 m³, un résultat faux.

Partie 2

D'après la figure 2, le point B est à la verticale de H : les points H, B et C sont alignés (verticale passant par le bord du silo), et les points H, M et N sont alignés sur le sol, dans le même ordre. On a $HB = 1{,}60$ m (hauteur du cône) et $HC = 1{,}60 + 2{,}40 = 4$ m.
$\frac{HB}{HC} = \frac{1{,}6}{4} = 0{,}4$ et $\frac{HM}{HN} = \frac{0{,}8}{2} = 0{,}4$.
Comme $\frac{HB}{HC} = \frac{HM}{HN}$, d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, les droites (BM) et (CN) sont parallèles. **Les deux échelles sont parallèles.**

Problème – Le bardage du pignon : aire, pourcentage, Thalès, fonction et trigonométrie *(12 pts)*

Partie 1

1. Le pignon est formé du rectangle ABCD et du triangle BSC, de base $BC = AD = 6$ m et de hauteur $SM = 1{,}80$ m (SM est perpendiculaire à [BC]).
Aire du rectangle : $6 \times 2{,}20 = 13{,}2$ m².
Aire du triangle : $\frac{6 \times 1{,}80}{2} = 5{,}4$ m².
Aire du pignon : $13{,}2 + 5{,}4 = 18{,}6$. **L'aire du pignon ABSCD est bien de 18,6 m².**

2. a. $18{,}6 \div 1{,}2 = 15{,}5$. Il faut un nombre entier de lots, et 15 lots ne couvrent que 18 m². **Monsieur Duchêne doit acheter au minimum 16 lots.**

b. $18 \times 49 = 882$. **Il devrait payer 882 €.**

c. Une remise de 12 % revient à payer 88 % du prix : $882 \times 0{,}88 = 776{,}16$.
Vérification : la remise vaut $882 \times 0{,}12 = 105{,}84$ € et $882 - 105{,}84 = 776{,}16$ €. **Monsieur Duchêne a finalement payé 776,16 €.**

Partie 2

1. M est le milieu de [BC] et $BC = AD = 6$ m (côtés opposés du rectangle), donc $BM = 6 \div 2 = 3$. **BM = 3 m.**

2. a. Dans le triangle SBM, H est sur [BM], F est sur [BS] et les droites (FH) et (SM) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** : $\frac{BH}{BM} = \frac{BF}{BS} = \frac{FH}{SM}$.
Donc $\frac{FH}{1{,}80} = \frac{0{,}50}{3}$ et $FH = \frac{0{,}50 \times 1{,}80}{3} = 0{,}30$. **FH = 0,30 m.**

b. Le quadrilatère ABHE est un rectangle, donc $EH = AB = 2{,}20$ m. Comme E, H et F sont alignés : $EF = EH + HF = 2{,}20 + 0{,}30 = 2{,}50$. **Le tasseau mesure 2,50 m.**

3. a. Avec le même raisonnement (théorème de Thalès dans le triangle SBM) et $BH = x$: $\frac{FH}{SM} = \frac{BH}{BM}$, donc $FH = \frac{x \times 1{,}80}{3} = 0{,}6x$. **On a bien FH = 0,6x.**

b. $EF = EH + HF$, donc $EF = 2{,}2 + 0{,}6x$ (en mètres). Vérification : pour $x = 0{,}5$, on retrouve $2{,}2 + 0{,}3 = 2{,}5$ m.

4. a. On part de 1,5 sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la droite et on lit l'ordonnée : **le tasseau placé à 1,50 m du côté [AB] mesure 3,1 m** (par le calcul : $2{,}2 + 0{,}6 \times 1{,}5 = 3{,}1$).

b. On part de 2,8 sur l'axe des ordonnées, on trace horizontalement jusqu'à la droite puis on descend sur l'axe des abscisses : **le tasseau de 2,80 m doit être placé à 1 m du côté [AB]** (par le calcul : $2{,}2 + 0{,}6x = 2{,}8$

donne $0{,}6x = 0{,}6$, soit $x = 1$).

> **Astuce.** Les tracés de lecture (pointillés verticaux et horizontaux) doivent rester visibles sur l'annexe : ils font partie de la réponse. Contrôle ensuite ta lecture avec la formule de la question 3. b.

Partie 3

Le triangle SBM est rectangle en M, avec $SM = 1{,}80$ m (côté opposé à l'angle $\widehat{SBM}$) et $BM = \dfrac{BC}{2} = 3$ m (côté adjacent). D'après la **trigonométrie** :
$\tan \widehat{SBM} = \dfrac{SM}{BM} = \dfrac{1{,}80}{3} = 0{,}6$, donc $\widehat{SBM} \approx 30{,}96°$.
L'angle $\widehat{SBM}$ mesure environ $31°$ (arrondi au degré).

Conseils pour le jour J

Trois parties de 12 points : environ 35 à 40 minutes chacune. Le problème est long mais ses trois parties sont indépendantes : si tu bloques sur Thalès dans la partie 2, passe à la lecture graphique (question 4) et à la trigonométrie (partie 3), qui ne dépendent pas des calculs précédents.

Les pièges de ce sujet sont classiques : l'arrondi « au lot supérieur » (15,5 lots donnent 16 lots, pas 15), le coefficient k^3 pour le volume du petit cône, et l'inéquation dont il faut vérifier le sens du crochet. Écris toujours la formule avant le calcul et l'unité après le résultat.

N'oublie pas de rendre l'annexe avec ta copie, avec les tracés de lecture bien apparents.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).