Corrigé – Brevet 2011 – mathématiques – Polynésie (remplacement)

QCM, probabilités sur un bateau et programme de calcul, Pythagore, Thalès et section d'un cube, Chocolats et biscuits : PGCD, fonctions affine et linéaire

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – QCM, probabilités sur un bateau et programme de calcul *(12 pts)*

Exercice 1

1. On réduit au même dénominateur 15 : $\frac{5}{3} - \frac{6}{5} = \frac{25}{15} - \frac{18}{15} = \frac{7}{15}$. **Réponse B.**

2. $\sqrt{25} + \sqrt{169} = 5 + 13 = 18$. **Réponse A.** (On ne peut pas additionner les nombres sous les racines : $\sqrt{194} \approx 13{,}9 \neq 18$.)

3. $2 \times 10^{-3} \times 10^{5} = 2 \times 10^{-3+5} = 2 \times 10^{2}$ (soit 200). **Réponse B.**

4. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $3x - 4 = 0$ donne $x = \frac{4}{3}$ et $x + 5 = 0$ donne $x = -5$. **Réponse D : $\frac{4}{3}$ et -5.**

5. $(x-1)(x-2) - x^2 = x^2 - 2x - x + 2 - x^2 = -3x + 2$. **Réponse D.**

> ⚠ **Piège.** À la question 4, les solutions de $x + 5 = 0$ sont -5 et non 5 : la réponse B, presque identique, est là pour piéger les étourdis.

Exercice 2

1. On complète le tableau par additions et soustractions :

- total des touristes : $1\,400 + 1\,700 = 3\,100$;
- total de l'équipage : $4\,000 - 3\,100 = 900$;
- femmes de l'équipage : $900 - 440 = 460$;
- total des hommes : $1\,400 + 440 = 1\,840$;
- total des femmes : $1\,700 + 460 = 2\,160$ (vérification : $1\,840 + 2\,160 = 4\,000$).

	Hommes	**Femmes**	**Total**
Touristes	1 400	1 700	**3 100**
Membres de l'équipage	440	**460**	**900**
Total	**1 840**	**2 160**	4 000

2. a. La personne est choisie au hasard parmi 4 000 : les issues sont équiprobables. La probabilité que ce soit un homme est $\frac{1\,840}{4\,000} = 0{,}46$. Or $0{,}46 < 0{,}5$. **Non, il y a moins d'une chance sur deux que ce soit un homme.**

b. $p = \frac{3\,100}{4\,000} = \frac{31}{40} = 0{,}775$. **La probabilité que la personne soit un touriste est $\frac{31}{40}$, soit 0,775.**

c. Il y a 440 hommes membres de l'équipage, donc $4\,000 - 440 = 3\,560$ personnes qui ne le sont pas : $p = \dfrac{3\,560}{4\,000} = 0{,}89$. **La probabilité est 0,89** (on peut aussi calculer $1 - \dfrac{440}{4\,000} = 1 - 0{,}11 = 0{,}89$).

Exercice 3

1. $-4 - 6 = -10$ puis $(-10)^2 = 100$. **Le résultat est bien 100.**

2. $15 - 6 = 9$ puis $9^2 = 81$. **Le résultat obtenu est 81.**

3. Si l'on choisit le nombre x, le programme donne $(x-6)^2$. On cherche x tel que $(x-6)^2 = 144$. Les nombres dont le carré vaut 144 sont 12 et -12, donc :
$x - 6 = 12$, soit $x = 18$; ou $x - 6 = -12$, soit $x = -6$.
Vérification : $(18-6)^2 = 12^2 = 144$ et $(-6-6)^2 = (-12)^2 = 144$. **On peut choisir 18 ou -6.**

> **Astuce.** Un carré égal à 144 vient de 12 ou de -12 : pense toujours aux deux possibilités. Trouver seulement 18 rapporte une partie des points, trouver aussi -6 montre que tu as compris.

Activités géométriques – Pythagore, Thalès et section d'un cube *(12 pts)*

Exercice 1

1. On trace le segment [AB] de 13 cm, puis on place C à l'intersection de l'arc de cercle de centre A et de rayon 12 cm et de l'arc de cercle de centre B et de rayon 5 cm.

2. Le plus grand côté est [AB]. D'une part $AB^2 = 13^2 = 169$; d'autre part $AC^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$. Comme $AB^2 = AC^2 + BC^2$, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle ABC est rectangle en C.**

3. a. On place M sur [AC] à 6 cm de A (M est donc le milieu de [AC]).

b. On place P sur [AB] à 6,5 cm de A (P est donc le milieu de [AB]).

4. Les points A, M, C d'une part et A, P, B d'autre part sont alignés dans le même ordre. On calcule :
$\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{6}{12} = 0{,}5$ et $\dfrac{AP}{AB} = \dfrac{6{,}5}{13} = 0{,}5$.
Comme $\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AP}{AB}$, d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (PM) et (BC) sont parallèles.**

5. Les droites (PM) et (BC) sont parallèles, les droites (MC) et (PB) sont sécantes en A ; d'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{AM}{AC} = \dfrac{AP}{AB} = \dfrac{PM}{BC}$.
Donc $\dfrac{PM}{5} = 0{,}5$ et $PM = 0{,}5 \times 5 = 2{,}5$. **PM = 2,5 cm.**

6. On recopie la propriété : **« Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. »**
En effet, (PM) et (BC) sont parallèles (question 4) et (AC) est perpendiculaire à (BC) (triangle rectangle en C, question 2), donc (AC) est perpendiculaire à (PM).

Exercice 2

Nature de la section. Le plan de coupe est parallèle à l'arête [BC] ; il coupe la face BCGF selon le segment [IJ] parallèle à [BC], donc J est le milieu de [CG] et $IJ = BC = 6$ cm. Ainsi [AD] et [IJ] sont parallèles (toutes deux parallèles à [BC]) et de même longueur 6 cm : **AIJD est un parallélogramme**.
De plus, l'arête [AD] est perpendiculaire à la face ABFE, donc à la droite (AI) contenue dans cette face : l'angle $\widehat{DAI}$ est droit. Un parallélogramme qui a un angle droit est un rectangle : **AIJD est un rectangle**.

Dans le triangle ABI rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore : $AI^2 = AB^2 + BI^2 = 6^2 + 3^2 = 45$, donc $AI = \sqrt{45} \approx 6{,}7$ cm. Comme $AI \neq AD = 6$ cm, deux côtés consécutifs ne sont pas égaux : AIJD n'est **ni un losange, ni un carré**.
Bonnes réponses à recopier : un rectangle ; un parallélogramme.

> ⚠ **Piège.** La consigne dit « la (ou les) bonne(s) réponse(s) » : un rectangle est aussi un parallélogramme, il faut donc cocher les deux. Et ne te fie pas au dessin : il est précisé que la figure « ne reflète pas la réalité ».

1. Le triangle AIB est rectangle en B avec $AB = 6$ cm et $BI = 3$ cm (I milieu de [BF], arête de 6 cm) : on trace un angle droit en B et on reporte ces deux longueurs.
La section AIJD est un rectangle de côtés $AD = 6$ cm et $AI = \sqrt{45} \approx 6{,}7$ cm : on reporte au compas la longueur AI mesurée sur le triangle AIB, puis on construit le rectangle avec des angles droits.

2. Le triangle AIB est rectangle en B, donc son aire vaut $\dfrac{AB \times BI}{2} = \dfrac{6 \times 3}{2} = 9$. **L'aire du triangle AIB est bien 9 cm².**

3. Le prisme droit ABIDCJ a pour base le triangle AIB (aire $\mathcal{B} = 9$ cm²) et pour hauteur l'arête $BC = 6$ cm : $V = \mathcal{B} \times h = 9 \times 6 = 54$. **Le volume du prisme est de 54 cm³.**
Vérification : le cube a un volume de $6^3 = 216$ cm³ et la base du prisme est le quart de la face carrée ($9 = 36 \div 4$), donc le prisme représente le quart du cube : $216 \div 4 = 54$ cm³.

Problème – Chocolats et biscuits : PGCD, fonctions affine et linéaire *(12 pts)*

Partie 1

1. On utilise l'**algorithme d'Euclide** :
$130 = 78 \times 1 + 52$
$78 = 52 \times 1 + 26$
$52 = 26 \times 2 + 0$
Le PGCD est le dernier reste non nul : **PGCD(78 ; 130) = 26.**

2. a. Toutes les boîtes doivent contenir le même nombre de chocolats et le même nombre de biscuits, et tout doit être utilisé : le nombre de boîtes doit donc diviser à la fois 78 et 130. C'est un diviseur commun à 78 et 130, et le plus grand possible est leur PGCD. **Le nombre maximal de boîtes est donc 26.**

b. $78 \div 26 = 3$ et $130 \div 26 = 5$. **Chaque boîte contient 3 chocolats et 5 biscuits.**

Partie 2

1. $f(26) = 180\,000 + 200 \times 26 = 180\,000 + 5\,200 = 185\,200$. **L'image de 26 par f est 185 200.**

2. a. On part de 150 sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la droite, puis on lit l'ordonnée : **l'image de 150 par f est 210 000** (par le calcul : $180\,000 + 200 \times 150 = 210\,000$).

b. On part de 190 000 sur l'axe des ordonnées, on trace horizontalement jusqu'à la droite, puis on descend sur l'axe des abscisses : **l'antécédent de 190 000 par f est 50** (par le calcul : $180\,000 + 200 \times 50 = 190\,000$).

3. La fonction f est de la forme $x \longmapsto ax + b$ avec $a = 200$ et $b = 180\,000$. **C'est donc une fonction affine** (sa représentation graphique est d'ailleurs une droite qui ne passe pas par l'origine).

Partie 3

1. Chaque boîte est vendue 2 000 Francs, donc $g(x) = 2\,000x$.
$g(120) = 2\,000 \times 120 = 240\,000$; pour $g(x) = 60\,000$, $x = 60\,000 \div 2\,000 = 30$; et on vérifie $g(150) = 2\,000 \times 150 = 300\,000$.

x	**0**	**120**	**30**	**150**
$g(x)$	0	**240 000**	60 000	300 000

2. g est une fonction linéaire : sa représentation graphique est une droite passant par l'origine. On la trace sur l'annexe en passant par les points $(0\ ;\ 0)$, $(30\ ;\ 60\,000)$, $(120\ ;\ 240\,000)$ et $(150\ ;\ 300\,000)$.

3. On cherche x tel que $g(x) \geqslant f(x)$:
$2\,000x \geqslant 180\,000 + 200x$
$1\,800x \geqslant 180\,000$
$x \geqslant 100$
Graphiquement, les deux droites se coupent au point $(100\ ;\ 200\,000)$: à droite de ce point, la droite de g est au-dessus de celle de f. Vérification : $f(100) = 180\,000 + 20\,000 = 200\,000$ et $g(100) = 200\,000$. **Manuarii doit vendre au moins 100 boîtes dans le mois.**

> 💡 **Astuce.** Pour placer 30 dans le tableau, pense « 60 000, c'est combien de boîtes à 2 000 Francs ? » : une division suffit. Et remarque que l'ordre des colonnes (0, 120, 30, 150) n'est pas croissant : c'est voulu, ne le corrige pas.

Conseils pour le jour J

Le sujet comporte trois parties de 12 points : vise environ 35 à 40 minutes par partie et garde 5 minutes pour relire ta copie et vérifier que l'annexe est jointe, avec les tracés de lecture graphique bien visibles (pointillés, sans les effacer).

Le QCM et le tableau du bateau sont des points rapides : vérifie chaque calcul par une autre méthode (le total d'une ligne, la somme des colonnes qui redonne 4 000). En géométrie, nomme toujours le théorème utilisé : « réciproque de Pythagore » pour montrer un angle droit, « réciproque de Thalès » pour des droites parallèles, « Thalès » pour calculer une longueur.

Dans l'exercice du cube, la figure n'est pas en vraie grandeur : justifie la nature de la section par des propriétés (côtés parallèles et de même longueur, angle droit, longueurs différentes) et non par ce que tu vois sur le dessin.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).