Corrigé – Brevet 2011 – mathématiques – Polynésie

Activités numériques – Exercice 1 : QCM (fractions, racines, pourcentage, équation, identité), Activités numériques – Exercice 2 : statistiques sur des gousses de vanille, Activités numériques – Exercice 3 : PGCD, tifaifai et tableur, Activités géométriques – Exercice 1 : triangle rectangle, aire et hauteur, Activités géométriques – Exercice 2 : Thalès et volume d'un mur en béton, Problème : comparaison de trois tarifs et fonctions linéaire et affine

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Exercice 1 – Activités numériques – Exercice 1 : QCM (fractions, racines, pourcentage, équation, identité)

1. On réduit au même dénominateur 18 : $\frac{1}{9}+\frac{1}{6}=\frac{2}{18}+\frac{3}{18}=\frac{5}{18}$. **Réponse C.**

2. On calcule d'abord sous le radical : $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$. **Réponse D.**

> ⚠ **Piège.** $\sqrt{9+16}$ n'est pas égal à $\sqrt{9}+\sqrt{16}=3+4=7$: la racine carrée d'une somme n'est pas la somme des racines carrées. Les réponses A et C sont donc fausses.

3. La réduction représente 5 % du prix : $1\,240\times\frac{5}{100}=62$. **Réponse D : 62 F.**

4. Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $2x-1=0$ donne $x=\frac{1}{2}$; $3x+5=0$ donne $x=-\frac{5}{3}$. **Réponse B : $\frac{1}{2}$ et $-\frac{5}{3}$.**

5. D'après l'identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ avec $a=x$ et $b=10$: $x^2-100=(x-10)(x+10)$. **Réponse B.**

Exercice 2 – Activités numériques – Exercice 2 : statistiques sur des gousses de vanille

1. $600+800+1\,800+1\,200+600=5\,000$. **L'effectif total est de 5 000 gousses.**

2. Les gousses qui tiennent dans un tube de 20 cm sans être pliées mesurent au plus 20 cm : ce sont celles de 12 cm, 15 cm et 17 cm, soit $600+800+1\,800=3\,200$ gousses. $\frac{3\,200}{5\,000}=0{,}64$. **Le cultivateur a pu conditionner 64 % de sa production sans plier les gousses.**

3. On vérifie les deux conditions.

- **Longueur moyenne** : $\frac{12\times600+15\times800+17\times1\,800+22\times1\,200+23\times600}{5\,000}=\frac{7\,200+12\,000+30\,600+26\,400+13\,800}{5\,000}=\frac{90\,000}{5\,000}=18$. La longueur moyenne est de **18 cm**, supérieure à 16,5 cm : la première condition est remplie.
- **Gousses de plus de 17,5 cm** : ce sont celles de 22 cm et 23 cm, soit $1\,200+600=1\,800$ gousses, et $\frac{1\,800}{5\,000}=0{,}36$, soit 36 %. Or la moitié de la production représente 2 500 gousses et $1\,800<2\,500$: la seconde condition n'est pas remplie.

Le cultivateur ne pourra pas recevoir le « label de qualité » : sa moyenne est suffisante, mais seulement 36 % de ses gousses dépassent 17,5 cm, ce qui est moins de la moitié.

> 💡 **Astuce.** Quand une récompense exige deux conditions reliées par « et », il suffit qu'une seule ne soit pas remplie pour conclure « non ». Vérifie quand même les deux et écris-le : chaque calcul juste rapporte des points.

Exercice 3 – Activités numériques – Exercice 3 : PGCD, tifaifai et tableur

1. Par l'algorithme d'Euclide :

- $260 = 2 \times 90 + 80$
- $90 = 1 \times 80 + 10$
- $80 = 8 \times 10 + 0$

Le PGCD est le dernier reste non nul. **$\text{PGCD}(260\,;\,90) = 10$.**

2. Tout le tissu doit être utilisé : la longueur du côté d'un carré doit donc diviser à la fois 260 et 90, c'est un diviseur commun de 260 et de 90. Comme le côté doit être le plus grand possible, c'est le plus grand diviseur commun : **le côté d'un carré mesure $\text{PGCD}(260\,;\,90) = 10$ cm.**

Dans la longueur, on place $260 \div 10 = 26$ carrés ; dans la largeur, $90 \div 10 = 9$ carrés. $26 \times 9 = 234$. **Tina pourra obtenir 234 carrés.**

3. La bonne formule est **=SOMME(D2:D3)** : elle additionne les cellules D2 et D3 et donne $8\,775 + 9\,360 = 18\,135$ F.

Les autres formules ne conviennent pas : « D2 + D31 » ne commence pas par le signe « = » et fait référence à une cellule D31 ; « 9 360+8 775 » est un calcul écrit à la main qui ne se mettrait pas à jour si les prix changeaient (et ne commence pas non plus par « = ») ; « =SOMME(D2:D5) » contient la cellule D5 elle-même, ce qui crée une référence circulaire.

Exercice 4 – Activités géométriques – Exercice 1 : triangle rectangle, aire et hauteur

1. Construction (1 cm pour 1 km) : on trace un segment [AB] de 10 cm ; avec le compas, on trace un arc de cercle de centre A et de rayon 8 cm, puis un arc de cercle de centre B et de rayon 6 cm ; leur point d'intersection est C. On trace [AC] et [BC]. Avec l'équerre, on trace la perpendiculaire à (AB) passant par C : elle coupe [AB] en H, pied de la hauteur issue de C (on trouve AH = 6,4 cm et CH = 4,8 cm, ce qui permet de contrôler la figure).

2. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AB].

- $AB^2 = 10^2 = 100$
- $AC^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

On constate que $AB^2 = AC^2 + BC^2$. D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle ABC est rectangle en C.**

3. a) L'aire d'un triangle est égale à $\dfrac{\text{base} \times \text{hauteur relative à cette base}}{2}$.

- Formule 1 : $\dfrac{AC \times BC}{2}$ est correcte, car le triangle est rectangle en C : [BC] est la hauteur relative au côté [AC].
- Formule 2 : $\dfrac{AB \times CH}{2}$ est correcte, car [CH] est la hauteur relative au côté [AB].
- Formule 3 : $\dfrac{AH \times CH}{2}$ donne l'aire du triangle AHC seulement, pas celle de ABC.

Les deux formules correctes sont la formule 1 et la formule 2.

3. b) Avec la formule 1 : $\mathcal{A} = \dfrac{AC \times BC}{2} = \dfrac{8 \times 6}{2} = 24$. **L'aire du triangle ABC est de 24 cm².**

4. D'après la formule 2, $\dfrac{AB \times CH}{2} = 24$, donc $\dfrac{10 \times CH}{2} = 24$, soit $5 \times CH = 24$ et $CH = \dfrac{24}{5} = 4{,}8$ cm sur la figure.

Vérification : $\dfrac{10 \times 4{,}8}{2} = 24$. Comme 1 cm représente 1 km, **la distance réelle du village Coco à la rivière est CH = 4,8 km.**

> 💡 **Astuce.** Écrire la même aire de deux façons différentes est la méthode classique pour calculer une hauteur : $AC \times BC = AB \times CH$, d'où $CH = \dfrac{AC \times BC}{AB}$.

Exercice 5 – Activités géométriques – Exercice 2 : Thalès et volume d'un mur en béton

1. a) Le tube [UT] est placé à 2 m du sol, donc $BT = 2$ m et $AT = AB - BT = 6 - 2 = 4$ m.

Le tube est perpendiculaire au talus, donc $(UT) \perp (AB)$; le triangle ABC est rectangle en B, donc $(BC) \perp (AB)$. Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles : $(UT) \parallel (BC)$.

Les points A, U, C d'une part et A, T, B d'autre part sont alignés, et $(UT) \parallel (BC)$. D'après le **théorème de Thalès** :

$$\frac{AT}{AB} = \frac{AU}{AC} = \frac{UT}{BC}$$

donc $\dfrac{4}{6} = \dfrac{UT}{2}$, d'où $UT = \dfrac{4 \times 2}{6} = \dfrac{8}{6} = \dfrac{4}{3}$. **La longueur exacte est UT = $\dfrac{4}{3}$ m.**

1. b) $\dfrac{4}{3} = 1{,}3333\ldots$ On a $1{,}33 < \dfrac{4}{3} < 1{,}34$. La valeur approchée par excès au centimètre près est la valeur au centième immédiatement supérieure : **UT ≈ 1,34 m.**

> ⚠ **Piège.** L'arrondi au centième de 1,333… serait 1,33 ; mais le sujet demande une valeur approchée **par excès** (la plus petite valeur au centième qui dépasse $\dfrac{4}{3}$), c'est pourquoi on obtient 1,34 m.

2. La base du prisme est le triangle ABC rectangle en B : $\mathcal{B} = \dfrac{AB \times BC}{2} = \dfrac{6 \times 2}{2} = 6$ m². La hauteur du prisme est la longueur du mur, soit 20 m.

$V = \mathcal{B} \times h = 6 \times 20 = 120$. **Le volume de béton nécessaire est bien de 120 m³.**

3. Chaque mètre cube de béton pèse 2,5 tonnes : $120 \times 2{,}5 = 300$. **La masse totale du béton utilisé est de 300 tonnes.**

Exercice 6 – Problème : comparaison de trois tarifs et fonctions linéaire et affine

1re Partie

1. Avec le tarif A, le coût est $5\,000\times$ (nombre de jours) ; avec le tarif B, $6\,000 + 4\,000\times$ (nombre de jours) ; avec le tarif C, toujours 90 000 F. La colonne manquante correspond à **25 jours**, puisque $5\,000 \times 25 = 125\,000$.

Nombre de jour(s)	**0**	**5**	**10**	**25**	**30**
Coût avec le tarif A	0	25 000	**50 000**	125 000	**150 000**

Nombre de jour(s)	**0**	**5**	**10**	**25**	**30**
Coût avec le tarif B	6 000	**26 000**	46 000	**106 000**	126 000
Coût avec le tarif C	90 000	90 000	**90 000**	90 000	90 000

Détail des calculs : $5\,000 \times 10 = 50\,000$; $5\,000 \times 30 = 150\,000$; $6\,000 + 4\,000 \times 5 = 26\,000$; $6\,000 + 4\,000 \times 25 = 106\,000$. Contrôle sur une valeur donnée : $6\,000 + 4\,000 \times 30 = 126\,000$.

2. a) Pour 5 jours : 25 000 F (A), 26 000 F (B), 90 000 F (C). **Le tarif A est le plus avantageux pour un séjour de 5 jours.**

2. b) Pour 10 jours : 50 000 F (A), 46 000 F (B), 90 000 F (C). **Le tarif B est le plus avantageux pour un séjour de 10 jours.**

2e Partie

1. $f(x) = 5\,000x$ et $g(x) = 4\,000x + 6\,000$.

2. La fonction f est une **fonction linéaire** : sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère. C'est le cas de la droite d_2 (la droite d_1 est horizontale : elle représente le tarif C, constant à 90 000 F). Vérification : d_2 passe par le point de coordonnées (18 ; 90 000), et $f(18) = 5\,000 \times 18 = 90\,000$. **La droite d_2 représente la fonction f.**

3. La fonction g est une **fonction affine** : sa représentation graphique est une droite. Il suffit de placer deux points, par exemple (0 ; 6 000) et (30 ; 126 000), et un troisième pour contrôler, (10 ; 46 000), puis de tracer la droite qui les relie. Elle coupe la droite d_1 au point (21 ; 90 000), car $g(21) = 4\,000 \times 21 + 6\,000 = 90\,000$.

4. a) On place 60 000 sur l'axe des ordonnées, on trace un trait horizontal jusqu'à la droite de g, puis on descend verticalement : on lit $x = 13{,}5$. Par le calcul : $4\,000x + 6\,000 = 60\,000$, soit $4\,000x = 54\,000$ et $x = 13{,}5$. Comme on compte des jours entiers, **avec 60 000 F au tarif B, Teva pourra rester 13 jours** (13 jours coûtent $4\,000 \times 13 + 6\,000 = 58\,000$ F ; 14 jours coûteraient 62 000 F, ce qui dépasse le budget).

4. b) On part de 14 sur l'axe des abscisses, on monte verticalement jusqu'à la droite d_2, puis on lit l'ordonnée : 70 000. Vérification : $f(14) = 5\,000 \times 14 = 70\,000$. **Un séjour de 14 jours au tarif A coûte 70 000 F.**

Conseils pour le jour J

Le sujet est découpé en trois parties de 12 points (activités numériques, activités géométriques, problème) : avec deux heures, compte environ 35 minutes par partie et garde un quart d'heure pour relire. Le QCM ne demande aucune justification, mais fais chaque calcul au brouillon : les réponses fausses proposées correspondent aux erreurs les plus fréquentes, comme $\sqrt{9} + \sqrt{16}$.

Deux questions sont signalées « toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte » : écris tous tes calculs, même si tu n'arrives pas au bout. En géométrie, nomme toujours le théorème utilisé (réciproque de Pythagore, Thalès) et vérifie ses conditions (points alignés, droites parallèles) avant de l'appliquer.

N'oublie pas l'annexe : elle doit être rendue avec la copie, avec la droite de g tracée et les pointillés de lecture laissés apparents. Une lecture graphique se confirme toujours par un calcul rapide, comme $f(14) = 70\,000$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).