Corrigé – Brevet 2011 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

QCM, tableur et poids des animaux, Cercle et cosinus, volumes de plots, carré et Thalès, Alcool et vitesse au volant

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

I – Activités numériques – QCM, tableur et poids des animaux *(12 pts)*

Exercice 1

1. La multiplication est prioritaire : $\frac{4}{3} \times \frac{27}{24} = \frac{4 \times 27}{3 \times 24} = \frac{108}{72} = \frac{3}{2}$, puis $\frac{4}{3} - \frac{3}{2} = \frac{8}{6} - \frac{9}{6} = -\frac{1}{6}$. **Réponse :** $-\frac{1}{6}$.

2. Par distributivité : $3x(5 - 4x) = 3x \times 5 - 3x \times 4x = 15x - 12x^2$. **Réponse :** $15x - 12x^2$.

3. Les issues favorables sont 5 et 6, soit 2 issues sur 6 équiprobables : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. **Réponse :** $\frac{1}{3}$.

4. Une réduction de 10 % revient à payer 90 % du prix : $70\,000 \times 0{,}9 = 63\,000$. **Réponse : 63 000 F.**

5. $\frac{6 \times 10^3 \times 28 \times 10^{-2}}{14 \times 10^{-3}} = \frac{6 \times 28}{14} \times \frac{10^3 \times 10^{-2}}{10^{-3}} = 12 \times 10^{3-2-(-3)} = 12 \times 10^4$. **Réponse :** 12×10^4.

Exercice 2

1. La cellule B16 contient la somme des médailles d'or de la colonne B, de la ligne 2 à la ligne 14. **Formule : =SOMME(B2:B14)**.

2. La moyenne est le total divisé par le nombre d'années (13). **Formule : =B16/13** (ou =MOYENNE(B2:B14)). Le tableur affiche 51 car $658 \div 13 \approx 50{,}6$ a été arrondi à l'unité.

> ⚠ **Piège.** La ligne 15 est vide et la ligne 16 contient déjà le total : ne prends pas la plage B2:B16 dans la formule de la somme, sinon le total serait compté en plus.

Exercice 3

1. Si Caramel pèse 500 kg et Icare 700 kg :
• Caramel et Icare réunis pèsent $500 + 700 = 1\,200$ kg, soit le poids de Bubulle : cette condition est respectée ;
• Caramel et Pâquerette réunis pèsent $500 + 600 = 1\,100$ kg, alors qu'Icare devrait peser autant, or il pèse 700 kg : cette condition n'est pas respectée.
Ce n'est donc pas possible.

2. Le poids total des quatre animaux est : Bubulle + (Caramel + Icare) + Pâquerette. Or Caramel et Icare réunis pèsent autant que Bubulle, soit 1 200 kg. Donc le total vaut $1\,200 + 1\,200 + 600 = 3\,000$ kg, soit 3 tonnes.
(On peut aussi trouver chaque poids : en notant c le poids de Caramel, Icare pèse $c + 600$ et $c + (c + 600) = 1\,200$, d'où $2c = 600$, $c = 300$ kg et Icare pèse 900 kg ; total $1\,200 + 600 + 300 + 900 = 3\,000$ kg.)
Comme $3\text{ t} < 3{,}2\text{ t}$, **l'éleveur pourra transporter tous les animaux ensemble.**

> 💡 **Astuce.** Dans un problème de ce type, cherche à utiliser directement les phrases de l'énoncé : « Bubulle pèse aussi lourd que Caramel et Icare réunis » donne le total sans même connaître chaque poids.

II – Activités géométriques – Cercle et cosinus, volumes de plots, carré et Thalès *(12 pts)*

Exercice 1

1. Le point C est sur le demi-cercle de diamètre [PR] et il est distinct de P et de R. Or, si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors il est rectangle et ce côté est son hypoténuse. **Le triangle PRC est donc rectangle en C.**

2. Dans le triangle PRC rectangle en C, l'hypoténuse est [RP] = 3 000 brasses et, par rapport à l'angle $\widehat{CRP} = 60°$, [RC] est le côté adjacent. Par le **cosinus** : $\cos 60° = \dfrac{RC}{RP}$, d'où $RC = 3\,000 \times \cos 60° = 3\,000 \times 0{,}5 = 1\,500$. **RC = 1 500 brasses.**

Exercice 2

1. $V_{\text{cylindre}} = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 20^2 \times 40 = 16\,000\pi \approx 50\,265{,}48$. **Le volume du cylindre est d'environ 50 265 cm³.**

2. La demi-boule a le même rayon que le cylindre, 20 cm. $V_{\text{demi-boule}} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{4}{3} \times \pi \times 20^3 = \dfrac{2}{3} \times \pi \times 8\,000 = \dfrac{16\,000\pi}{3} \approx 16\,755{,}16$. **Le volume de la demi-boule est d'environ 16 755 cm³.**

3. Volume d'un plot : $50\,265 + 16\,755 = 67\,020$ cm³ environ. Pour 1 000 plots : $67\,020 \times 1\,000 = 67\,020\,000$ cm³. Or 1 m³ = 1 000 000 cm³, donc 67 020 000 cm³ = 67,02 m³. **Il faut environ 67,02 m³ de béton.** (Avec les valeurs exactes : $1\,000 \times \dfrac{64\,000\pi}{3} \approx 67\,020\,643$ cm³, soit encore 67,02 m³.)

> ⚠ **Piège.** 1 m³ = 1 000 000 cm³ (un cube de 100 cm de côté) et non 1 000 cm³ : pour passer des cm³ aux m³, on divise par un million.

Exercice 3

1. Construction : les diagonales d'un carré ont la même longueur, sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu O. On trace donc deux segments [AC] et [BD] de 6 cm (2×3), perpendiculaires et de même milieu O, puis on relie A, B, C, D.

2. Les diagonales du carré ABCD se coupent en leur milieu O et ont la même longueur, donc OB = OC (= 3 cm) : le triangle BCO est isocèle en O. De plus, les diagonales d'un carré sont perpendiculaires, donc $(OB) \perp (OC)$: le triangle est rectangle en O. **Le triangle BCO est rectangle et isocèle en O.**

3. Le triangle BCO est rectangle en O, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $BC^2 = OB^2 + OC^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$. Donc $BC = \sqrt{18}$ **cm** (soit $3\sqrt{2} \approx 4{,}24$ cm).

4. Construction : AO = 3 cm et AC = 6 cm, donc le point E tel que AE = 9 cm se trouve sur la demi-droite [AO) **au-delà de C**, avec CE = 3 cm. On trace la parallèle à (BC) passant par E ; elle coupe la droite (AB) en F, au-delà de B (AF = 9 cm).

5. Les points A, C, E sont alignés, les points A, B, F sont alignés et les droites (BC) et (EF) sont parallèles. D'après le **théorème de Thalès** dans les triangles ABC et AFE : $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AB}{AF} = \dfrac{BC}{EF}$.
Avec AC = 6 cm, AE = 9 cm et BC = $\sqrt{18}$ cm : $\dfrac{6}{9} = \dfrac{\sqrt{18}}{EF}$, donc $EF = \dfrac{9\sqrt{18}}{6} = \dfrac{3\sqrt{18}}{2} = \dfrac{3 \times 3\sqrt{2}}{2} = \dfrac{9\sqrt{2}}{2}$.
EF $= \dfrac{9\sqrt{2}}{2}$ **cm** (soit $\dfrac{3\sqrt{18}}{2}$ cm, environ 6,36 cm).

> 💡 **Astuce.** « Valeur exacte » interdit d'arrondir : garde la racine carrée jusqu'au bout et simplifie $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$.

III – Problème – Alcool et vitesse au volant *(12 pts)*

Partie 1

1. Deux canettes contiennent $2 \times 330 = 660$ mL de bière. Pour un homme de 60 kg :
$\text{Taux} = \dfrac{660 \times 0{,}05 \times 0{,}8}{60 \times 0{,}7} = \dfrac{26{,}4}{42} \approx 0{,}628\,6$.
Le taux d'alcool est bien d'environ 0,63 g/L.

2. $0{,}63 \geqslant 0{,}5$: le taux est supérieur à la limite légale. **Cette personne n'a pas le droit de conduire.**

3. $T(x) = \dfrac{4}{49}x$. On calcule : $T(0) = 0$; $T(1) = \dfrac{4}{49} \approx 0{,}08$; $T(5) = \dfrac{20}{49} \approx 0{,}41$; $T(7) = \dfrac{28}{49} \approx 0{,}57$.

Quantité d'alcool (en dL)	**0**	**1**	**5**	**7**
Taux d'alcool (en g/L)	**0**	**0,08**	**0,41**	**0,57**

4. T est une fonction linéaire ($T(x) = ax$ avec $a = \dfrac{4}{49}$) : sa représentation graphique est une **droite passant par l'origine**. Sur le papier millimétré, avec 2 cm pour 1 dL en abscisse et 2 cm pour 0,1 g/L en ordonnée, on place les points $(0\ ;\ 0)$, $(1\ ;\ 0{,}08)$, $(5\ ;\ 0{,}41)$ et $(7\ ;\ 0{,}57)$, puis on trace la droite qui les relie. Par exemple, le point $(7\ ;\ 0{,}57)$ est à 14 cm de l'origine horizontalement et à 11,4 cm verticalement.

5. On part de 3 dL sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la droite, puis on lit l'ordonnée : **pour 3 dL de bière, le taux est d'environ 0,24 g/L** (contrôle par le calcul : $T(3) = \dfrac{12}{49} \approx 0{,}245$).

6. On part de 0,5 g/L sur l'axe des ordonnées, on va horizontalement jusqu'à la droite, puis on descend sur l'axe des abscisses : on lit environ 6,1 dL. **À partir d'environ 6,1 dL de bière (soit à peu près deux canettes), cet homme n'est plus autorisé à conduire.** (Contrôle : $\dfrac{4}{49}x = 0{,}5$ donne $x = \dfrac{0{,}5 \times 49}{4} = 6{,}125$ dL.)

> ⚠ **Piège.** Dans la question 3, x est en **décilitres** et non en millilitres : 1 dL = 100 mL, une canette de 330 mL fait 3,3 dL.

Partie 2

1. De $v = \dfrac{d}{t}$, on tire $t = \dfrac{d}{v} = \dfrac{8}{40} = 0{,}2$ h. Or $0{,}2 \times 60 = 12$. **Lisa mettra 12 minutes.**

2. $t = \dfrac{8}{48} = \dfrac{1}{6}$ h, et $\dfrac{1}{6} \times 60 = 10$. **Aymeric mettra 10 minutes.**

3. $12 - 10 = 2$. **Aymeric a gagné seulement 2 minutes sur Lisa**, en roulant à 48 km/h, au-delà de la vitesse pour laquelle un cyclomoteur est conçu (45 km/h).

Conseils pour le jour J

Le QCM et le tableur se traitent vite : vise-les en premier, mais refais chaque calcul au brouillon (priorité de la multiplication en 1, puissances de 10 en 5). Pour les formules de tableur, n'oublie pas le signe « = » et vérifie la plage de cellules (lignes 2 à 14).

En géométrie, la rédaction rapporte autant que le calcul : nomme la propriété du triangle inscrit dans un demi-cercle, le cosinus, Pythagore et Thalès, avec l'alignement des points et le parallélisme. À l'exercice 3, fais une figure soignée en vraie grandeur sur l'annexe : elle te montre que E est au-delà de C, ce qui évite de se tromper dans les longueurs $\mathrm{AC} = 6$ cm et $\mathrm{AE} = 9$ cm.

Dans le problème, fais attention aux unités (mL, dL, heures et minutes) et laisse apparents les traits de construction des lectures graphiques. Un calcul de contrôle à côté de la lecture graphique sécurise ta réponse.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).