Corrigé – Brevet 2011 – mathématiques – Brevet Ame du Sud nov- 2011-2 (remplacement)

QCM : racines carrées, factorisation, inéquation, Deux programmes de calcul, Probabilités avec des jetons, QCM : sphère, boule et section par un plan, Triangle rectangle, trigonométrie et cercle circonscrit, Réciproque de Thalès, Deux réservoirs : volumes, fonctions et lecture graphique

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – Exercice 1 – QCM : racines carrées, factorisation, inéquation

1. Réponse A : $-3\sqrt{2}$**.** $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$, donc $-5\sqrt{2} + \sqrt{8} = -5\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$. ($-4{,}243$ n'en est qu'une valeur approchée, pas l'égalité exacte.)

2. Réponse C : 18. $(3\sqrt{2})^2 = 3^2 \times (\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$.

3. Réponse B : $(x-4)(x+4)$**.** $x^2 - 16 = x^2 - 4^2$ est une différence de deux carrés : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

4. Réponse B : $x > -2$**.** $-2x - 1 < 3$ donne $-2x < 4$; on divise par -2, qui est négatif, donc on change le sens de l'inégalité : $x > -2$.

> ⚠ **Piège.** Quand tu divises (ou multiplies) les deux membres d'une inéquation par un nombre négatif, le sens de l'inégalité s'inverse : c'est ce qui sépare la réponse A (fausse) de la réponse B.

Activités numériques – Exercice 2 – Deux programmes de calcul

1. a. Programme A : $1 + 3 = 4$ puis $4^2 = 16$. **On obtient 16.**

1. b. Programme B : $1 - 5 = -4$ puis $(-4)^2 = 16$. **On obtient 16.**

1. c. Non. Un seul exemple ne suffit pas à conclure, et il existe un contre-exemple : avec 0 comme nombre de départ, le programme A donne $(0+3)^2 = 9$ et le programme B donne $(0-5)^2 = 25$. Les deux programmes ne donnent donc pas toujours le même résultat.

2. Le programme A donne $(x+3)^2$. On veut $(x+3)^2 = 0$, c'est-à-dire $x + 3 = 0$, soit $x = -3$. **Il faut choisir -3** (vérification : $(-3+3)^2 = 0^2 = 0$).

3. Le programme B donne $(x-5)^2$. On veut $(x-5)^2 = 9$. Deux nombres ont pour carré 9 : 3 et -3. Donc $x - 5 = 3$ ou $x - 5 = -3$, soit $x = 8$ ou $x = 2$.
Vérification : $(8-5)^2 = 3^2 = 9$ et $(2-5)^2 = (-3)^2 = 9$. **Il faut choisir 2 ou 8.**

> 💡 **Astuce.** On peut aussi écrire $(x-5)^2 - 9 = 0$, factoriser en $(x - 5 - 3)(x - 5 + 3) = (x-8)(x-2) = 0$, puis appliquer la règle du produit nul. N'oublie pas la solution négative de « carré = 9 ».

Activités numériques – Exercice 3 – Probabilités avec des jetons

Le sac contient $6 + 2 = 8$ jetons, tous équiprobables.

1. $p(\text{rouge}) = \dfrac{6}{8} = \dfrac{3}{4}$**. La probabilité de tirer un jeton rouge est $\dfrac{3}{4}$.**

2. $p(\text{jaune}) = \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$**. La probabilité de tirer un jeton jaune est $\dfrac{1}{4}$.**

3. Notons v le nombre de jetons verts. Le sac contient alors $8+v$ jetons et $p(\text{vert}) = \dfrac{v}{8+v}$. On veut $\dfrac{v}{8+v} = \dfrac{1}{2}$, donc $2v = 8+v$, soit $v = 8$. **Il y a 8 jetons verts** (vérification : 8 verts sur 16 jetons, soit une chance sur deux).

Activités géométriques – Exercice 1 – QCM : sphère, boule et section par un plan

1. Réponse : « à la boule de centre O et de rayon OM ». R est le milieu de [OH], donc $OR = \dfrac{OH}{2} < OM$: R est à l'intérieur de la sphère. Il appartient à la boule (la sphère et tout son intérieur), mais pas à la sphère elle-même, ni au plan $\mathscr{P}$ (seul H, sur le segment [OH], est dans ce plan).

2. Réponse : OH. La droite (OH) est perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$ en H (le centre du cercle de section est le pied de la perpendiculaire issue de O), donc la distance de O au plan est OH.

3. Réponse : 4,5 cm. Le triangle OHM est rectangle en H ; d'après le théorème de Pythagore : $OH^2 = OM^2 - HM^2 = 11{,}7^2 - 10{,}8^2 = 136{,}89 - 116{,}64 = 20{,}25$, donc $OH = \sqrt{20{,}25} = 4{,}5$ cm.

> ⚠ **Piège.** 20,25 est la valeur de OH^2, pas de OH : n'oublie pas la racine carrée à la fin du calcul de Pythagore.

Activités géométriques – Exercice 2 – Triangle rectangle, trigonométrie et cercle circonscrit

1. Construction : on trace [AB] de 3 cm, puis la perpendiculaire à (AB) en A. On trace l'arc de cercle de centre B et de rayon 7 cm : il coupe la perpendiculaire en C. On place I au milieu de [CB] (3,5 cm de B).

2. Le triangle ABC est rectangle en A ; d'après le **théorème de Pythagore** :
$CB^2 = AB^2 + AC^2$, donc $AC^2 = 7^2 - 3^2 = 49 - 9 = 40$.
$AC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$. **$\mathbf{AC = \sqrt{40}}$ cm $\mathbf{\approx 6{,}3}$ cm** (arrondi au millimètre ; $\sqrt{40} \approx 6{,}32$).

3. Dans le triangle ABC rectangle en A, pour l'angle $\widehat{ACB}$, [AB] est le côté opposé et [CB] l'hypoténuse :
$\sin \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{CB} = \dfrac{3}{7}$, donc $\widehat{ACB} \approx 25{,}4°$ (la calculatrice donne 25,38…). $\widehat{ACB} \approx 25{,}4°$ au dixième de degré près.

4. Un triangle rectangle est inscrit dans le cercle qui a pour diamètre son hypoténuse. **Le cercle circonscrit au triangle ABC a pour centre I, milieu de [CB], et pour rayon $\dfrac{CB}{2} = 3{,}5$ cm.** On le trace au compas, centré en I, passant par A, B et C.

5. I est le centre du cercle circonscrit, donc $IA = IB = 3{,}5$ cm : le triangle AIB est isocèle en I et ses angles à la base sont égaux, $\widehat{IAB} = \widehat{IBA} = \widehat{ABC}$.
Dans le triangle ABC : $\widehat{ABC} = 180° - 90° - \widehat{ACB}$. Avec $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{CB} = \dfrac{3}{7}$, on obtient $\widehat{ABC} \approx 64{,}62°$.
Donc $\widehat{AIB} = 180° - 2 \times \widehat{ABC} \approx 180° - 129{,}24° = 50{,}76°$. $\widehat{AIB} \approx 51°$ au degré près.
(Contrôle : l'angle au centre $\widehat{AIB}$ est le double de l'angle inscrit $\widehat{ACB}$: $2 \times 25{,}38° \approx 50{,}8°$.)

Activités géométriques – Exercice 3 – Réciproque de Thalès

1. Les points A, B, D sont alignés ainsi que les points C, B, E, dans le même ordre (B est entre A et D, et entre C et E).
$\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{8{,}4}{12} = 0{,}7$ et $\dfrac{BE}{BC} = \dfrac{10{,}5}{15} = 0{,}7$.
On a $\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{BE}{BC}$, donc d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (AC) et (ED) sont parallèles.**

2. Les droites (AC) et (ED) étant parallèles, d'après le **théorème de Thalès** :
$\dfrac{BD}{BA} = \dfrac{BE}{BC} = \dfrac{ED}{AC}$, donc $\dfrac{ED}{9} = 0{,}7$ et $ED = 0{,}7 \times 9 = 6{,}3$.
ED = 6,3 cm.

Problème – Deux réservoirs : volumes, fonctions et lecture graphique *(12 pts)*

1. Volume d'un pavé droit : longueur × largeur × hauteur ; volume d'un cylindre : $\pi \times$ rayon$^2 \times$ hauteur.

- Pour $x = 0{,}5$: $V_1 = 3 \times 0{,}5 \times 2{,}5 = 3{,}75$ m³ ; $V_2 = \pi \times 0{,}5^2 \times 2{,}5 = 0{,}625\pi \approx 1{,}963$ m³.
- Pour $x = 1{,}2$: $V_1 = 3 \times 1{,}2 \times 2{,}5 = 9$ m³ ; $V_2 = \pi \times 1{,}2^2 \times 2{,}5 = \pi \times 1{,}44 \times 2{,}5 = 3{,}6\pi \approx 11{,}310$ m³.

Longueur x (en m)	**0,5**	**1,2**
Volume du réservoir R_1 (en m³)	3,75	9
Volume du réservoir R_2 (en m³) : valeur exacte	$0{,}625\pi$	$3{,}6\pi$
Volume du réservoir R_2 (en m³) : valeur arrondie à 0,1 m³	2,0	11,3

2. a. Le réservoir R_1 est un pavé droit de dimensions 3 m, x m et 2,5 m : $V_1 = 3 \times x \times 2{,}5 = 7{,}5x$. **Le volume de R_1 est bien $7{,}5x$ (en m³).**

2. b. Le réservoir R_2 est un cylindre de rayon x et de hauteur 2,5 m : $V_2 = \pi \times x^2 \times 2{,}5 = 2{,}5\pi x^2$. **Le volume de R_2 est bien $2{,}5\pi x^2$ (en m³).**

3. $f_1(x) = 7{,}5x$ est de la forme ax avec $a = 7{,}5$: f_1 **est une fonction linéaire** (le volume de R_1 est proportionnel à x).

4. La représentation de f_1 est une portion de droite passant par l'origine. Pour x entre 0,5 et 1,5, on trace le segment qui joint les points (0,5 ; 3,75) et (1,5 ; 11,25) ; le point (1,2 ; 9) du tableau permet de vérifier le tracé.

5. a. On part de 0,8 sur l'axe des abscisses, on monte jusqu'à la courbe de f_2 puis on rejoint l'axe des ordonnées : **le volume de R_2 pour $x = 0{,}8$ m est d'environ 5 m³** (le calcul donne $2{,}5\pi \times 0{,}64 = 1{,}6\pi \approx 5{,}03$ m³).

5. b. On part de 10 sur l'axe des ordonnées, on rejoint horizontalement la courbe de f_2, puis on descend sur l'axe des abscisses : **il faut un rayon d'environ 1,1 m** (le calcul donne $x^2 = \dfrac{10}{2{,}5\pi} = \dfrac{4}{\pi}$, soit $x \approx 1{,}13$ m).

5. c. On part de 9 sur l'axe des ordonnées, on rejoint la droite de f_1, puis on descend : **l'antécédent de 9 par f_1 est 1,2** (en effet $7{,}5 \times 1{,}2 = 9$). Concrètement : pour que le réservoir R_1 ait une contenance de 9 m³, sa largeur x doit mesurer 1,2 m.

5. d. Les volumes sont égaux à l'abscisse du point d'intersection de la droite et de la courbe : $x \approx 0{,}95$ **m** (volume commun d'environ 7,2 m³). Par le calcul : $7{,}5x = 2{,}5\pi x^2$ avec $x \neq 0$ donne $x = \dfrac{7{,}5}{2{,}5\pi} = \dfrac{3}{\pi} \approx 0{,}955$.

5. e. Le volume de R_1 est supérieur à celui de R_2 quand la droite de f_1 est au-dessus de la courbe de f_2, c'est-à-dire **pour x compris entre 0,5 m et environ 0,95 m** (pour $0{,}5 \leqslant x < \dfrac{3}{\pi}$).

> 💡 **Astuce.** Pour les lectures graphiques, repère d'abord l'échelle : sur l'axe horizontal, un carreau vaut 0,1 m ; sur l'axe vertical, un carreau vaut 1 m³. Trace les pointillés à la règle, ils font partie de la réponse.

Conseils pour le jour J

Les deux QCM (8 points au total) se traitent vite si tu maîtrises les bases : $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, le carré d'un produit, l'identité $a^2 - b^2$, le changement de sens d'une inéquation, la différence entre sphère et boule. Fais quand

même chaque calcul au brouillon avant de choisir.

Dans l'exercice 2, pense aux deux solutions de $(x-5)^2 = 9$: oublier $x = 2$ fait perdre la moitié des points de la question. En géométrie, le cercle circonscrit d'un triangle rectangle a toujours pour centre le milieu de l'hypoténuse : c'est la clé des questions 4 et 5.

Le problème vaut 12 points : complète d'abord le tableau de l'annexe en écrivant les calculs sur ta copie, puis trace soigneusement la droite de f_1. Toutes les lectures graphiques de la question 5 dépendent de ce tracé, et l'annexe est à rendre avec ta copie.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).