Corrigé – Brevet 2010 – mathématiques – Pondichéry

Tableau d'effectifs, calculs numériques et QCM de calcul littéral, Pythagore, Thalès et volume d'un erlenmeyer, Téléchargement de musique : offres, mémoire et enquête

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – Tableau d'effectifs, calculs numériques et QCM de calcul littéral

Exercice 1

1. Demi-pensionnaires : $9 + 11 = 20$; externes : $25 - 20 = 5$; garçons externes : $5 - 3 = 2$; total des garçons : $2 + 9 = 11$; total des filles : $3 + 11 = 14$ (contrôle : $11 + 14 = 25$).

	Garçon	**Fille**	**Total**
Externe	2	3	5
Demi-pensionnaire	9	11	20
Total	11	14	25

2. L'élève est choisi au hasard : les 25 élèves ont la même probabilité d'être choisis.

2. a) Il y a 14 filles sur 25 élèves. **La probabilité que l'élève soit une fille est** $\frac{14}{25}$ (soit 0,56).

2. b) Il y a 5 externes sur 25 élèves. **La probabilité que l'élève soit externe est** $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ (soit 0,2).

2. c) On choisit cette fois parmi les 20 demi-pensionnaires, dont 9 garçons. **La probabilité que ce soit un garçon est** $\frac{9}{20}$ (soit 0,45).

> ⚠ **Piège.** En 2. c), l'élève est déjà connu comme demi-pensionnaire : on divise par 20 (les demi-pensionnaires), pas par 25.

Exercice 2

1. La division est prioritaire sur la soustraction. Diviser par $\frac{5}{7}$, c'est multiplier par $\frac{7}{5}$:
$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} \times \frac{7}{5} = \frac{6}{5} - \frac{17 \times 7}{2 \times 7 \times 5} = \frac{6}{5} - \frac{17}{10} = \frac{12}{10} - \frac{17}{10} = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2}$.
$\boldsymbol{A = -\frac{1}{2}}$**.**

2. $B = \frac{8 \times 1{,}6}{0{,}4} \times \frac{10^8}{10^{-3}} = \frac{12{,}8}{0{,}4} \times 10^{8-(-3)} = 32 \times 10^{11} = 3{,}2 \times 10^1 \times 10^{11}$.
$\boldsymbol{B = 3{,}2 \times 10^{12}}$**.**

3. On développe avec l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:
$\left(\sqrt{5} + \sqrt{10}\right)^2 = 5 + 2\sqrt{5}\sqrt{10} + 10 = 15 + 2\sqrt{50}$.
Or $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$, donc $2\sqrt{50} = 10\sqrt{2}$.
$C = 15 + 10\sqrt{2} - 10\sqrt{2} = 15$. $\boldsymbol{C = 15}$**, c'est bien un nombre entier.**

Exercice 3

Aucune justification n'est demandée ; elles sont données ici pour comprendre.

1. Réponse C. Pour $x = -1$: $-3x^2 = -3 \times 1 = -3$; $6(x+1) = 6 \times 0 = 0$; $5x^2 + 1 = 5 \times 1 + 1 = 6$.

2. Réponse A. $(x+3)(2x+4) - 2(5x+6) = 2x^2 + 4x + 6x + 12 - 10x - 12 = 2x^2$.

3. Réponse B. $9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x+4)(3x-4)$ (identité $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$).

4. Réponse B. Un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul : $x - 5 = 0$ donne $x = 5$ et $3x + 4 = 0$ donne $x = -\dfrac{4}{3}$. Les solutions sont $-\dfrac{4}{3}$ et 5.

Activités géométriques – Pythagore, Thalès et volume d'un erlenmeyer

Exercice 1

1. On trace [AC] de 12,5 cm, puis l'arc de centre A et de rayon 7,5 cm et l'arc de centre C et de rayon 10 cm : leur point d'intersection est B.

2. Le plus grand côté est [AC].
D'une part $AC^2 = 12{,}5^2 = 156{,}25$; d'autre part $AB^2 + BC^2 = 7{,}5^2 + 10^2 = 56{,}25 + 100 = 156{,}25$.
On a $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle ABC est rectangle en B.**

3. a) On place F sur [AC] à 5 cm de C (au compas ou à la règle graduée).

3. b) On place G sur [BC] à 4 cm de C.

4. Les points C, F, A sont alignés et les points C, G, B sont alignés dans le même ordre.
D'une part $\dfrac{CF}{CA} = \dfrac{5}{12{,}5} = 0{,}4$; d'autre part $\dfrac{CG}{CB} = \dfrac{4}{10} = 0{,}4$.
Les quotients sont égaux, donc d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (AB) et (FG) sont parallèles.**

5. Les droites (FG) et (AB) sont parallèles, F est sur [CA] et G sur [CB]. D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{CF}{CA} = \dfrac{CG}{CB} = \dfrac{FG}{AB}$, donc $\dfrac{FG}{7{,}5} = 0{,}4$ et $FG = 7{,}5 \times 0{,}4 = 3$. **FG = 3 cm.**

6. Le triangle ABC est rectangle en B, donc (AB) est perpendiculaire à (BC). Or (FG) est parallèle à (AB) ; si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre. **Les droites (FG) et (BC) sont donc perpendiculaires.**
(Autre méthode : dans le triangle CGF, $CG^2 + FG^2 = 16 + 9 = 25 = CF^2$, donc il est rectangle en G.)

Exercice 2

1. $V_1 = \dfrac{1}{3} \times \pi \times OB^2 \times SO = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 12 = \dfrac{1}{3} \times 16 \times 12 \times \pi = 64\pi$. **Le volume exact du cône C_1 est 64π cm³.**

2. a) Le coefficient de réduction est le rapport des hauteurs : $k = \dfrac{SO'}{SO} = \dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{4}$. **Le coefficient de réduction est $\dfrac{1}{4}$** (soit 0,25).

2. b) Dans une réduction de coefficient k, les volumes sont multipliés par k^3 :
$V_2 = \left(\dfrac{1}{4}\right)^3 \times 64\pi = \dfrac{1}{64} \times 64\pi = \pi$. **Le volume exact du cône C_2 est bien π cm³.**

> 💡 **Astuce.** Longueurs $\times\, k$, aires $\times\, k^2$, volumes $\times\, k^3$: ici le rayon du petit cône vaut $4 \times \dfrac{1}{4} = 1$ cm, et tu peux vérifier directement $\dfrac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 3 = \pi$.

3. a) L'eau remplit le grand cône sauf le petit cône situé au-dessus du niveau maximum (la partie entre S et le disque de centre O'). Volume d'eau : $V_1 - V_2 = 64\pi - \pi = 63\pi$. **Le volume d'eau est bien 63π cm³.**

3. b) $63\pi \approx 197{,}92$. **Le volume d'eau est environ 198 cm³.**

4. 1 L = 1 000 cm³, donc 0,2 L = 200 cm³. Or $63\pi \approx 197{,}92$ cm³ < 200 cm³. **Non, le volume d'eau n'est pas supérieur à 0,2 litre : il est légèrement inférieur.**

Problème – Téléchargement de musique : offres, mémoire et enquête *(12 pts)*

Partie 1

1. Offre A : $30 \times 1{,}20 = 36$ €. Offre B : $30 \times 0{,}50 + 35 = 15 + 35 = 50$ €. **Pour 30 morceaux, l'offre A coûte 36 € et l'offre B coûte 50 €.**

2. a) Avec l'offre A, le prix est $1{,}2x$ euros.

2. b) Avec l'offre B, le prix est $0{,}5x + 35$ euros.

3. a) $f(x) = 1{,}2x$ est bien de la forme ax : f est linéaire. Mais $g(x) = 0{,}5x + 35$ est de la forme $ax + b$ avec $b = 35 \neq 0$: g est affine, non linéaire (par exemple $g(0) = 35 \neq 0$). **L'affirmation est fausse.**

3. b) La représentation de f est une droite passant par l'origine, par exemple par $(0\ ;\ 0)$ et $(50\ ;\ 60)$. Celle de g est une droite passant par $(0\ ;\ 35)$ et $(100\ ;\ 85)$. Avec l'échelle demandée (1 cm pour 10 morceaux, 1 cm pour 10 €), le point $(50\ ;\ 60)$ est à 5 cm en abscisse et 6 cm en ordonnée, le point $(0\ ;\ 35)$ à 3,5 cm sur l'axe des ordonnées.

4. Les prix sont les mêmes lorsque $1{,}2x = 0{,}5x + 35$, soit $0{,}7x = 35$, donc $x = \dfrac{35}{0{,}7} = 50$. Vérification : $1{,}2 \times 50 = 60$ et $0{,}5 \times 50 + 35 = 60$. **Les prix sont égaux pour 50 morceaux (60 €).** Graphiquement, c'est l'abscisse du point d'intersection des deux droites.

5. Pour 60 morceaux : offre A $1{,}2 \times 60 = 72$ € ; offre B $0{,}5 \times 60 + 35 = 65$ €. **L'offre B est la plus avantageuse pour 60 morceaux (65 € contre 72 €).**

6. On résout $0{,}5x + 35 = 80$: $0{,}5x = 45$, donc $x = 90$. **Avec 80 €, on peut télécharger 90 morceaux avec l'offre B.**

Partie 2

1. $256 \div 3 \approx 85{,}3$. Le nombre de morceaux est un entier et 86 morceaux occuperaient $86 \times 3 = 258$ Mo, ce qui dépasse 256 Mo. **On peut stocker 85 morceaux sur la clé.**

> ⚠ **Piège.** Ici on n'arrondit pas à l'entier le plus proche mais à l'entier inférieur : un morceau incomplet ne peut pas être stocké.

2. Deux minutes durent $2 \times 60 = 120$ s. En 120 s, on télécharge $120 \times 10 = 1\,200$ Mo, soit $1\,200 \div 3 = 400$ morceaux. **On peut télécharger 400 morceaux en deux minutes.**

Partie 3

1. L'effectif total est $1+5+7+8+12+9+8=50$. Moyenne pondérée : $\dfrac{6\times1+8\times5+10\times7+12\times8+14\times12+15\times9+17\times8}{50}=\dfrac{6+40+70+96+168+135+136}{50}=\dfrac{651}{50}=13{,}02$.
La note moyenne est environ 13 sur 20.

2. Les notes supérieures ou égales à 14 sont 14, 15 et 17 : $12+9+8=29$ internautes. $\dfrac{29}{50}\times100=58$. Comme $58\,\%\geq55\,\%$, **l'enquête est jugée satisfaisante (58 % des internautes ont donné au moins 14).**

Conseils pour le jour J

Les activités numériques de ce sujet sont du calcul pur (fractions, puissances de 10, racines carrées, calcul littéral) : écris chaque étape, applique les priorités opératoires et vérifie tes résultats (par exemple en recalculant A à la calculatrice : $-0{,}5$).

En géométrie, les questions s'enchaînent : la question 4 (parallélisme) sert à la question 5 (Thalès) et à la question 6 (perpendicularité). Même si tu bloques sur une question, utilise son résultat, qui est donné dans l'énoncé (« montrer que FG = 3 cm »), pour continuer.

Dans le problème, fais attention au sens des arrondis : un nombre de morceaux est un entier, et on arrondit à l'unité inférieure quand la place manque. Pour le graphique, respecte exactement l'échelle imposée.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).