Corrigé – Brevet 2010 – mathématiques – Nouvelle-Calédonie

QCM, probabilité, tableur et programme de calcul, Pythagore, Thalès, sphère et trigonométrie, Tarifs d'un vidéoclub, statistiques et PGCD

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

I – Activités numériques – QCM, probabilité, tableur et programme de calcul *(12 pts)*

Exercice 1

Le sujet demande seulement de recopier la bonne réponse ; les justifications ci-dessous servent à comprendre.

1. Réponse : $49x^2 - 70x + 25$**.** Avec l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$: $(7x-5)^2 = (7x)^2 - 2 \times 7x \times 5 + 5^2 = 49x^2 - 70x + 25$.

2. Réponse : 17. $f(-5) = -3 \times (-5) + 2 = 15 + 2 = 17$.

3. Réponse : $5{,}7 \times 10^{-10}$**.** $0{,}000\,57 = 5{,}7 \times 10^{-4}$, donc $0{,}000\,57 \times 10^{-6} = 5{,}7 \times 10^{-4} \times 10^{-6} = 5{,}7 \times 10^{-10}$. L'écriture 57×10^{-11} a la même valeur mais n'est pas une notation scientifique (57 n'est pas compris entre 1 et 10), et $0{,}000\,000\,000\,005\,7 = 5{,}7 \times 10^{-12}$.

4. Réponse : $\dfrac{19}{21}$**.** La multiplication est prioritaire : $\dfrac{1}{7} \times \dfrac{4}{3} = \dfrac{4}{21}$, puis $\dfrac{5}{7} + \dfrac{4}{21} = \dfrac{15}{21} + \dfrac{4}{21} = \dfrac{19}{21}$.

> ⚠ **Piège.** Dans la question 4, si tu additionnes d'abord $\dfrac{5}{7} + \dfrac{1}{7}$, tu obtiens $\dfrac{6}{7} \times \dfrac{4}{3} = \dfrac{24}{21}$, qui est justement proposé : la multiplication passe avant l'addition.

Exercice 2

1. Le nombre de bouteilles d'eau est $100 - (22 + 32 + 18) = 100 - 72 = 28$. Les 100 bouteilles ont la même chance d'être prises (situation d'équiprobabilité), donc $P(E) = \dfrac{28}{100}$. **La probabilité de l'évènement E est** $\dfrac{28}{100} = 0{,}28$ (soit $\dfrac{7}{25}$).

2. a) La quantité restante est la quantité de départ moins le nombre de bouteilles vendues : $22 - 4 = 18$. **La formule écrite en D2 est =B2-C2.**

2. b) Il faut additionner les cellules C2 à C5 ($4 + 5 + 3 + 12 = 24$). **La formule écrite en C6 est =SOMME(C2:C5).**

Exercice 3

1. Avec 3 : $3^2 = 9$; $9 + 3 = 12$; $12 \times 2 = 24$; $24 - 6 = 18$; $18 \div 2 = 9$. **Le résultat est 9.**
Avec 10 : $10^2 = 100$; $100 + 3 = 103$; $103 \times 2 = 206$; $206 - 6 = 200$; $200 \div 2 = 100$. **Le résultat est 100.**

2. a) Avec 9 : $9^2 = 81$; $81 + 3 = 84$; $84 \times 2 = 168$; $168 - 6 = 162$; $162 \div 2 = 81$. **On obtient bien 81 : le nombre de départ 9 est correct.**

2. b) D'après les essais, le résultat semble être le carré du nombre de départ. Le nombre de départ est un entier positif dont le carré vaut 36 : c'est 6. Vérification : $6^2 = 36$; $36 + 3 = 39$; $39 \times 2 = 78$; $78 - 6 = 72$; $72 \div 2 = 36$. **Sophie avait choisi le nombre 6.**

3. On conjecture que le programme revient à **élever le nombre de départ au carré**. Démonstration avec x comme nombre de départ :

$x \to x^2 \to x^2+3 \to 2(x^2+3) = 2x^2+6 \to 2x^2+6-6 = 2x^2 \to \dfrac{2x^2}{2} = x^2$.

Le résultat final est toujours x^2 : on passe du nombre de départ au nombre final en l'élevant au carré. C'est pourquoi Marc retrouve le nombre de départ en prenant la racine carrée du résultat ($\sqrt{81} = 9$).

II – Activités géométriques – Pythagore, Thalès, sphère et trigonométrie *(12 pts)*

Exercice 1

1. On trace [AB] de 5 cm, puis la perpendiculaire à (AB) passant par A. On trace l'arc de cercle de centre B et de rayon 13 cm : il coupe cette perpendiculaire en C.

2. Le triangle ABC est rectangle en A, donc d'après le **théorème de Pythagore** : $BC^2 = AB^2 + AC^2$, d'où $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$.
Donc $AC = \sqrt{144} = 12$. **AC = 12 cm.**

3. Les points C, M, A sont alignés, les points C, N, B sont alignés et les droites (MN) et (AB) sont parallèles.
D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{CM}{CA} = \dfrac{CN}{CB} = \dfrac{MN}{AB}$.
Donc $\dfrac{2{,}4}{12} = \dfrac{CN}{13}$, d'où $CN = \dfrac{2{,}4 \times 13}{12} = \dfrac{31{,}2}{12} = 2{,}6$. **CN = 2,6 cm.**

4. Les droites (MN) et (AB) sont parallèles et la droite (AB) est perpendiculaire à (AC) (le triangle ABC est rectangle en A). Or, si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre : (MN) est perpendiculaire à (AC). **Le triangle CMN est rectangle en M.**
(Contrôle : $MN = \dfrac{2{,}4 \times 5}{12} = 1$ cm et $CM^2 + MN^2 = 5{,}76 + 1 = 6{,}76 = 2{,}6^2 = CN^2$.)

Exercice 2

1. $V = \dfrac{4 \times \pi \times 7^3}{3} = \dfrac{4 \times \pi \times 343}{3} = \dfrac{1\,372\pi}{3} \approx 1\,436{,}76$. **Le volume de la boule est environ 1 437 cm³.**

2. La section d'une sphère par un plan est un cercle. **La section est le cercle de centre H et de rayon HA** (H est le pied de la perpendiculaire au plan menée depuis O).

3. La droite (OH) est perpendiculaire au plan de section, donc le triangle OHA est rectangle en H. D'après le **théorème de Pythagore** : $OA^2 = OH^2 + HA^2$, donc $HA^2 = 7^2 - 4^2 = 49 - 16 = 33$. **HA = $\sqrt{33}$ cm** (environ 5,74 cm).

> 💡 **Astuce.** « Valeur exacte » signifie qu'il ne faut pas arrondir : on laisse le résultat sous la forme $\sqrt{33}$. Tu peux ajouter la valeur approchée entre parenthèses.

Exercice 3

Sur la figure, B est sur le mur à la hauteur de l'instrument : A est au sol, donc AB = 1,80 m, et le triangle OBC est rectangle en B.
Dans ce triangle, [CB] est le côté opposé à l'angle $\widehat{COB}$ et [OB] le côté adjacent. On utilise la **tangente** :
$\tan\widehat{COB} = \dfrac{CB}{OB}$, donc $CB = OB \times \tan 48^\circ = 15 \times \tan 48^\circ \approx 16{,}66$ m.
La hauteur de la cathédrale est $CA = CB + BA \approx 16{,}66 + 1{,}80 = 18{,}46$ m. **La cathédrale mesure environ 18,5 m de haut.**

> ⚠ **Piège.** L'instrument est à 1,80 m du sol : la trigonométrie donne CB, pas CA. Pense à ajouter les 1,80 m, et n'arrondis qu'à la toute fin.

III – Problème – Tarifs d'un vidéoclub, statistiques et PGCD *(12 pts)*

Partie 1

1. Tarif A : $450\times$ nombre de DVD. Tarif B : $4\,500 + 300\times$ nombre de DVD.

Nombre de DVD loués dans l'année	**20**	**40**	**80**	x
Prix payé avec le tarif A (F)	9 000	18 000	36 000	$450x$
Prix payé avec le tarif B (F)	10 500	16 500	28 500	$300x + 4\,500$

Détail : $300 \times 20 + 4\,500 = 10\,500$; $300 \times 40 + 4\,500 = 16\,500$; $300 \times 80 + 4\,500 = 28\,500$.

2. A est une fonction linéaire : D_A est une droite passant par l'origine, par exemple par (0 ; 0) et (20 ; 9 000), (80 ; 36 000). B est une fonction affine : D_B est une droite passant par (0 ; 4 500), (20 ; 10 500) et (80 ; 28 500). Avec l'échelle imposée, 20 DVD correspondent à 4 carreaux, 80 DVD à 16 carreaux, 9 000 F à 3 carreaux, 4 500 F à 1,5 carreau, 28 500 F à 9,5 carreaux et 36 000 F à 12 carreaux.

3. Les deux tarifs sont égaux lorsque $A(x) = B(x)$: $450x = 300x + 4\,500$, soit $150x = 4\,500$, donc $x = \dfrac{4\,500}{150} = 30$. Vérification : $450 \times 30 = 13\,500$ et $300 \times 30 + 4\,500 = 13\,500$. **Les deux tarifs sont égaux pour 30 DVD loués (13 500 F).** C'est l'abscisse du point d'intersection de D_A et D_B.

4. Avant le point d'intersection, la droite D_A est en dessous de D_B ; après, c'est l'inverse. **Le tarif A est le plus avantageux pour moins de 30 DVD loués, le tarif B pour plus de 30 DVD ; pour 30 DVD, les deux tarifs se valent.**

Partie 2

1. On compte chaque âge dans la liste (le total doit faire 20) :

Âge (en années)	**15**	**18**	**21**	**30**	**33**	**46**	**50**
Effectif	3	3	4	2	3	3	2

Contrôle : $3 + 3 + 4 + 2 + 3 + 3 + 2 = 20$.

2. Les personnes de plus de 20 ans ont 21, 30, 33, 46 ou 50 ans : $4 + 2 + 3 + 3 + 2 = 14$ personnes. $\dfrac{14}{20} \times 100 = 70$. **Les personnes de plus de 20 ans représentent 70 % des clients.**

3. On calcule la moyenne pondérée par les effectifs :
$\dfrac{15 \times 3 + 18 \times 3 + 21 \times 4 + 30 \times 2 + 33 \times 3 + 46 \times 3 + 50 \times 2}{20} = \dfrac{45 + 54 + 84 + 60 + 99 + 138 + 100}{20} = \dfrac{580}{20} = 29$.
L'âge moyen des clients est 29 ans.

Partie 3

1. Le nombre de lots doit diviser à la fois 2 646 et 4 410 (tous les films sont utilisés et les lots sont identiques). Le nombre maximal de lots est donc le PGCD de 2 646 et 4 410. Algorithme d'Euclide :
$4\,410 = 2\,646 \times 1 + 1\,764$
$2\,646 = 1\,764 \times 1 + 882$
$1\,764 = 882 \times 2 + 0$
Le dernier reste non nul est 882. **Le gérant peut faire au maximum 882 lots.**

2. $2\,646 \div 882 = 3$ et $4\,410 \div 882 = 5$. **Chaque lot contient 3 films pour enfants et 5 films divers.**

Conseils pour le jour J

Le QCM ne demande aucune justification, mais fais les calculs au brouillon : chaque question contient une réponse « piège » qui correspond à une erreur classique (oubli du double produit, priorité des opérations, notation scientifique mal écrite).

Pour la cathédrale, recopie la figure au brouillon en repérant le triangle rectangle utilisé : c'est la hauteur de l'instrument (1,80 m) qui fait la différence entre une réponse juste et une réponse fausse. Garde la valeur de la calculatrice et n'arrondis qu'au résultat final.

Dans le problème, les trois parties sont indépendantes : si tu bloques sur le graphique, passe aux statistiques ou au PGCD, qui rapportent des points sûrs. Vérifie toujours qu'un tableau d'effectifs a le bon total (ici 20).

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).