# Corrigé – Brevet 2010 – mathématiques – BrevetPortugaljuin2010

Programmes de calcul, probabilités et QCM sur une fonction affine, Triangle rectangle ou non (propriétés) et pyramide dans un cube, Triangle à angle obtus : hauteur, aires, Thalès et trapèze

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

## Activités numériques – Programmes de calcul, probabilités et QCM sur une fonction affine *(12 pts)*

**Exercice 1**

**1.** Programme B avec $5$ : $5-7=-2$, puis $(-2)^2=4$. **Le résultat est bien 4.**

**2.** Programme A avec $-2$ : $-2+5=3$, puis $3^2=9$. **Le résultat est 9.**

**3. a)** Avec le nombre de départ $x$, le programme A donne $(x+5)^2$. Un carré est nul si et seulement si le nombre est nul : $x+5=0$, donc $x=-5$. **Il faut choisir $-5$.**

**3. b)** Le programme B donne $(x-7)^2$. Les nombres dont le carré vaut 9 sont 3 et $-3$ : $x-7=3$ ou $x-7=-3$, donc $x=10$ ou $x=4$. Vérification : $(10-7)^2=9$ et $(4-7)^2=9$. **Il faut choisir 10 ou 4.**

> ⚠ **Piège.** La question dit « quels nombres » : une équation $X^2=9$ a deux solutions, 3 et $-3$. N'oublie pas la solution négative.

**4.** On cherche $x$ tel que $(x+5)^2=(x-7)^2$. On développe :
$x^2+10x+25=x^2-14x+49$, soit $10x+14x=49-25$, donc $24x=24$ et $x=1$.
Vérification : $(1+5)^2=36$ et $(1-7)^2=(-6)^2=36$. **Il faut choisir 1 (résultat commun : 36).**

**Exercice 2**

**1.** Le sac contient $10+6+4=20$ boules équiprobables, dont 10 rouges : $p(R)=\dfrac{10}{20}$. **La probabilité de tirer une boule rouge est $\dfrac{1}{2}$.**

**2.** Il y a $6+4=10$ boules noires ou jaunes : $p=\dfrac{10}{20}$. **La probabilité de tirer une boule noire ou jaune est $\dfrac{1}{2}$.**

**3.** $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$. **La somme vaut 1, ce qui était prévisible** : « tirer une boule noire ou jaune » est l'événement contraire de « tirer une boule rouge » (toutes les boules non rouges sont noires ou jaunes), et la somme des probabilités de deux événements contraires vaut 1.

**4.** Soit $n$ le nombre de boules bleues. Le sac contient $20+n$ boules et $\dfrac{n}{20+n}=\dfrac{1}{5}$.
Produit en croix : $5n=20+n$, soit $4n=20$, donc $n=5$. Vérification : $\dfrac{5}{25}=\dfrac{1}{5}$. **Il y a 5 boules bleues.**

**Exercice 3** (QCM, $f(x)=-2x+3$)

**1.** Dans $f(x)=-2x+3$, le coefficient de $x$ est $a=-2$. **Réponse : $-2$.**

**2.** $f(0)=-2\times 0+3=3$. **Réponse : 3.**

**3.** $f(-1) = -2 \times (-1) + 3 = 2 + 3 = 5$, donc le point de coordonnées $(-1 ; 5)$ est sur la droite (et $f(1) = 1 \neq -18$). **Réponse : B(−1 ; 5).**

**4.** $-2x + 3 = 4$ donne $-2x = 1$, soit $x = -\dfrac{1}{2}$. **Réponse : $-\dfrac{1}{2}$.**

**5.** La droite coupe l'axe des ordonnées au point d'abscisse 0, d'ordonnée $f(0) = 3$. **Réponse : E(0 ; 3).**

## Activités géométriques – Triangle rectangle ou non (propriétés) et pyramide dans un cube *(12 pts)*

### Exercice 1

| | Figure 1 | Figure 2 | Figure 3 | Figure 4 |
|---|---|---|---|---|
| Le triangle ABC est rectangle en A ? | Oui | Non | Non | Oui |
| Numéro(s) de la ou des propriétés | 5 | 7 et 4 | 3 | 1 |

Justifications :

- **Figure 1** : la droite (DA) est perpendiculaire à (DE) en D (angle droit codé) et (AC) est parallèle à (DE). D'après la propriété 5, (DA) est perpendiculaire à (AC) : le triangle ABC est rectangle en A.
- **Figure 2** : les angles inscrits $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AEC}$ interceptent le même arc AC, donc $\widehat{ABC} = \widehat{AEC} = 60°$ (propriété 7). Dans le triangle ABC, $\widehat{BAC} = 180° - 60° - 20° = 100°$ (propriété 4). L'angle en A n'est pas droit : le triangle n'est pas rectangle en A.
- **Figure 3** : le plus grand côté est [BC] ; $BC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$ et $AB^2 + AC^2 = 4{,}5^2 + 5{,}5^2 = 20{,}25 + 30{,}25 = 50{,}5$. Comme $56{,}25 \neq 50{,}5$, d'après la propriété 3, le triangle n'est pas rectangle.
- **Figure 4** : BCDE est un losange de centre A, donc ses diagonales [BD] et [CE] sont perpendiculaires et se coupent en A (propriété 1). Comme B est sur (BD) et C sur (CE), l'angle $\widehat{BAC}$ est droit : le triangle ABC est rectangle en A.

> **Astuce.** Pour la figure 2, la somme des angles seule ne suffit pas : il faut d'abord obtenir $\widehat{ABC}$ grâce aux angles inscrits. Cite donc les deux propriétés.

### Exercice 2

I, J et K sont les milieux d'arêtes de 12 cm, donc $AI = AJ = AK = 6$ cm.

**1.** Le triangle AIK est rectangle en A (les arêtes [AB] et [AD] de la face carrée ABCD sont perpendiculaires) : $\mathcal{A} = \dfrac{AI \times AK}{2} = \dfrac{6 \times 6}{2} = 18$. **L'aire du triangle AIK est 18 cm².**

**2.** La hauteur de la pyramide de base AKI est [AJ], perpendiculaire à la face ABCD : $AJ = 6$ cm.
$V = \dfrac{18 \times 6}{3} = 36$. **Le volume de la pyramide AIKJ est 36 cm³.**

**3.** Volume du cube : $12^3 = 1\,728$ cm³. $\dfrac{36}{1\,728} = \dfrac{1}{48}$ (car $36 \times 48 = 1\,728$). **La pyramide représente $\dfrac{1}{48}$ du volume du cube.**

**4.** Le patron comporte quatre triangles :

- la base AIK : triangle rectangle isocèle en A, de côtés de l'angle droit 6 cm ;
- sur le côté [AI], le triangle AIJ, rectangle isocèle en A (AJ = 6 cm, perpendiculaire à [AI]) ;
- sur le côté [AK], le triangle AKJ, rectangle isocèle en A (AJ = 6 cm, perpendiculaire à [AK]) ;
- sur le côté [IK], le triangle IJK, équilatéral de côté $IK = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \approx 8{,}5$ cm (ses trois côtés sont des diagonales de carrés de 6 cm), construit au compas.

Au pliage, le côté [IJ] du triangle AIJ et le côté [IJ] du triangle équilatéral (tous deux de longueur $6\sqrt{2}$ cm) se recollent, de même que les côtés [KJ] : les trois sommets J se rejoignent.

## Problème – Triangle à angle obtus : hauteur, aires, Thalès et trapèze *(12 pts)*

**1.** On trace [BC] de 10 cm, on prolonge la droite (BC) au-delà de B ; au rapporteur, on trace en B un angle de $120^\circ$ avec [BC) et on place A sur ce côté à 6 cm de B. On trace [AC], puis la perpendiculaire à (BC) passant par A, qui coupe (BC) en H (au-delà de B).

**2. a)** Les points C, B, H sont alignés, donc les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ABH}$ sont supplémentaires : $\widehat{ABH} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$. $\widehat{ABH} = 60^\circ$**.**
Dans le triangle ABH rectangle en H, BH est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABH}$ et AB l'hypoténuse : $\cos 60^\circ = \dfrac{BH}{AB}$, donc $BH = 6 \times \cos 60^\circ = 6 \times 0{,}5 = 3$. **BH = 3 cm.**

**2. b)** Dans le triangle ABH rectangle en H, d'après le **théorème de Pythagore** : $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 36 - 9 = 27$, donc $AH = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$. **AH = $3\sqrt{3}$ cm.**
H est au-delà de B, donc $CH = CB + BH = 10 + 3 = 13$ cm. Le triangle ACH est rectangle en H : $\mathcal{A}_{ACH} = \dfrac{CH \times AH}{2} = \dfrac{13 \times 3\sqrt{3}}{2}$. **L'aire du triangle ACH est $\dfrac{39\sqrt{3}}{2}$ cm²** (environ 33,8 cm²).

**2. c)** Dans le triangle ACH rectangle en H, d'après le **théorème de Pythagore** : $AC^2 = AH^2 + CH^2 = 27 + 169 = 196$, donc $AC = \sqrt{196} = 14$. **AC = 14 cm.**

> ⚠ **Piège.** Le pied de la hauteur H est à l'extérieur du segment [BC] car l'angle en B est obtus : CH = 10 + 3 = 13 cm, et non 10 − 3.

**3. a)** On place M sur [BC] à 6,5 cm de C (donc à 3,5 cm de B), on trace la perpendiculaire à (BC) passant par M (parallèle à (AH)) ; elle coupe [AC] en N.

**3. b)** Dans le triangle CAH, M est sur [CH], N est sur [CA] et (MN) est parallèle à (AH). D'après le **théorème de Thalès** : $\dfrac{CM}{CH} = \dfrac{CN}{CA} = \dfrac{MN}{AH}$.
$\dfrac{6{,}5}{13} = \dfrac{MN}{3\sqrt{3}}$, donc $MN = 3\sqrt{3} \times \dfrac{6{,}5}{13} = 3\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2}$. **NM = $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ cm.**

**3. c)** Les côtés [AH] et [MN] sont parallèles : AHMN est un trapèze. Comme (AH) est perpendiculaire à (BC), (MN) l'est aussi : la hauteur du trapèze est $MH = CH - CM = 13 - 6{,}5 = 6{,}5$ cm.

$$\mathcal{A} = \frac{(AH + MN) \times MH}{2} = \frac{\left(3\sqrt{3} + \dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right) \times 6{,}5}{2} = \frac{4{,}5\sqrt{3} \times 6{,}5}{2} = 14{,}625\sqrt{3} \approx 25{,}3.$$

Autre méthode : aire de ACH moins aire du triangle CMN rectangle en M, $\dfrac{39\sqrt{3}}{2} - \dfrac{6{,}5 \times 1{,}5\sqrt{3}}{2} = 19{,}5\sqrt{3} - 4{,}875\sqrt{3} = 14{,}625\sqrt{3}$.
**L'aire du trapèze AHMN est d'environ 25 cm².**

## Conseils pour le jour J

Le tableau de l'exercice 1 des activités géométriques se remplit vite si tu raisonnes figure par figure : regarde d'abord ce qui est codé (angle droit, parallèles, longueurs, losange, cercle), puis cherche la propriété de la liste qui part de cette donnée. Pour la figure 2, deux propriétés sont nécessaires.

Le problème est « enchaîné » : si tu bloques sur une démonstration (BH = 3, AH = $3\sqrt{3}$, AC = 14, NM), utilise quand même le résultat donné par l'énoncé pour la suite. Fais une figure soignée : elle t'évite l'erreur classique sur la position de H, à l'extérieur de [BC].

Pour la dernière question, toute piste compte : écris la formule de l'aire du trapèze, identifie les deux bases et la hauteur, même si le calcul n'aboutit pas.

*Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).*