Corrigé – Brevet 2010 – mathématiques – BrevetAmeriqueNordjuin2010

Calculs, identités remarquables et probabilités avec deux boîtes, Cylindre, PGCD et plaque de bois (Pythagore, trigonométrie, Thalès), Déménagement : fonctions linéaire et affine, durées et vitesse

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – Calculs, identités remarquables et probabilités avec deux boîtes *(12 pts)*

Exercice 1

1. On décompose en facteurs premiers : $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ et $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$. Le plus grand diviseur commun est $2 \times 3 \times 7 = 42$.
$\dfrac{84}{126} = \dfrac{42 \times 2}{42 \times 3}$, donc $\dfrac{84}{126} = \dfrac{2}{3}$.

2. On regroupe les nombres et les puissances de 10 :
$\dfrac{6 \times 35}{14} \times \dfrac{10^{12} \times 10^{-4}}{10^3} = \dfrac{210}{14} \times 10^{12-4-3} = 15 \times 10^5 = 1{,}5 \times 10 \times 10^5$.
Le nombre vaut $1{,}5 \times 10^6$.

3. $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$; $\sqrt{15^2 \times 5} = 15\sqrt{5}$; $2\sqrt{45} = 2\sqrt{9 \times 5} = 2 \times 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$.
$\sqrt{20} - \sqrt{15^2 \times 5} + 2\sqrt{45} = 2\sqrt{5} - 15\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = (2 - 15 + 6)\sqrt{5}$. **L'expression vaut** $-7\sqrt{5}$, donc $a = -7$.

4. Soit x le nombre de cartouches. Prix au magasin A : $17{,}30x$; au magasin B : $14{,}80x + 15$. Les tarifs sont identiques lorsque :
$17{,}30x = 14{,}80x + 15$, soit $2{,}50x = 15$, donc $x = \dfrac{15}{2{,}5} = 6$.
Vérification : $6 \times 17{,}30 = 103{,}80$ € et $6 \times 14{,}80 + 15 = 88{,}80 + 15 = 103{,}80$ €. **Les deux tarifs sont identiques pour 6 cartouches.**

5. Avec $a = 2x$ et $b = 3$: $(2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2$. $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$**.**

6. $\sqrt{5 + 3} - 6\sqrt{11} = \sqrt{8} - 6\sqrt{11} \approx 2{,}828 - 19{,}900 \approx -17{,}071$. **Valeur arrondie au dixième :** $-17{,}1$**.**

> ⚠ **Piège.** La racine porte sur toute la somme $5 + 3$: on calcule $\sqrt{8}$, et non $\sqrt{5} + 3$. À la calculatrice, ouvre bien une parenthèse après la touche racine.

7. $(7x + 2)^2 - 25 = (7x + 2)^2 - 5^2$, de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 7x + 2$ et $b = 5$:
$(7x + 2 - 5)(7x + 2 + 5)$. $(7x + 2)^2 - 25 = (7x - 3)(7x + 7)$, que l'on peut aussi écrire $7(7x - 3)(x + 1)$.

Exercice 2

1. La première boîte contient $40 + 60 = 100$ vis, toutes ayant la même chance d'être prises, dont 40 à bout rond. $p = \dfrac{40}{100}$. **La probabilité de prendre une vis à bout rond est** $\dfrac{2}{5} = 0{,}4$**.**

2. a) En notant R une vis à bout rond et P une vis à bout plat (première boîte puis deuxième boîte), les tirages possibles sont : **(R ; R), (R ; P), (P ; R) et (P ; P)**.

2. b) Dans la deuxième boîte, il y a $38 + 12 = 50$ vis : $p(R) = \dfrac{38}{50} = 0{,}76$ et $p(P) = \dfrac{12}{50} = 0{,}24$. Dans la première : $p(R) = 0{,}4$ et $p(P) = 0{,}6$.
Obtenir deux vis différentes correspond aux tirages (R ; P) et (P ; R). En multipliant les probabilités le long

des branches de l'arbre :
$p = 0{,}4 \times 0{,}24 + 0{,}6 \times 0{,}76 = 0{,}096 + 0{,}456 = 0{,}552$.
Comme $0{,}552 > 0{,}5$, **l'électricien a plus d'une chance sur deux d'obtenir deux vis différentes**.

Activités géométriques – Cylindre, PGCD et plaque de bois (Pythagore, trigonométrie, Thalès) *(12 pts)*

Exercice 1

1. La tige est un cylindre de rayon 4 cm et de hauteur 1,5 m = 150 cm (même unité partout) :
$V = \pi \times r^2 \times h = \pi \times 4^2 \times 150 = 2\,400\pi \approx 7\,539{,}8$.
Le volume de la tige est d'environ 7 540 cm³.

2. Chaque cm³ d'acier pèse 7,85 g : $7\,540 \times 7{,}85 \approx 59\,189$ g, soit environ 59,2 kg. **La tige pèse environ 59 kg.**

Exercice 2

1. Algorithme d'Euclide :
$330 = 1 \times 270 + 60$
$270 = 4 \times 60 + 30$
$60 = 2 \times 30 + 0$
Le PGCD est le dernier reste non nul. **PGCD(330 ; 270) = 30.**

2. Le côté des plaques doit diviser à la fois 270 et 330 (pas de chute) et être le plus grand possible : c'est le PGCD. **Les plaques sont des carrés de 30 cm de côté.**
En largeur : $330 \div 30 = 11$ plaques ; en hauteur : $270 \div 30 = 9$ plaques ; $11 \times 9 = 99$. **Il faut 99 plaques.**

> **Astuce.** Vérifie avec les aires : $330 \times 270 = 89\,100$ cm² et $99 \times 30^2 = 99 \times 900 = 89\,100$ cm². Tout le mur est couvert, sans chute.

Exercice 3

1. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est [AC].
$AC^2 = 140^2 = 19\,600$ et $AB^2 + BC^2 = 115^2 + 80^2 = 13\,225 + 6\,400 = 19\,625$.
Comme $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$, d'après la **contraposée du théorème de Pythagore**, **le triangle ABC n'est pas rectangle**.

2. Le triangle ADC est rectangle en D (car (AD) est perpendiculaire à (EC)). Pour l'angle $\widehat{ACD}$, DC est le côté adjacent et AC l'hypoténuse :
$\cos \widehat{ACD} = \dfrac{DC}{AC} = \dfrac{100}{140} = \dfrac{5}{7}$, d'où $\widehat{ACD} \approx 44{,}4°$.
L'angle $\widehat{ACD}$ mesure environ 44°.

3. Les points C, D, E sont alignés (D est sur [EC]) et les points C, A, F sont alignés (F sur la demi-droite [CA), au-delà de A), dans le même ordre.
$CF = CA + AF = 140 + 28 = 168$ cm et $CE = CD + DE = 100 + 20 = 120$ cm.
$\dfrac{CA}{CF} = \dfrac{140}{168} = \dfrac{5}{6}$ et $\dfrac{CD}{CE} = \dfrac{100}{120} = \dfrac{5}{6}$.
Les rapports sont égaux, donc d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (AD) et (FE) sont parallèles**.

> **Astuce.** Quand le sujet donne des longueurs « en morceaux » (AF et ED), calcule d'abord les longueurs totales CF et CE : ce sont elles qui entrent dans les rapports de Thalès.

Problème – Déménagement : fonctions linéaire et affine, durées et vitesse *(12 pts)*

Partie 1

1. a) Sur le graphique de l'annexe, on part de 20 m³ sur l'axe horizontal, on monte jusqu'à la droite de la société A, puis on se reporte sur l'axe vertical (tracés en pointillés). **Pour 20 m³, le coût est de 600 €.**

1. b) La représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère : **le coût est proportionnel au volume transporté**. On lit par exemple 900 € pour 30 m³ : le coefficient de proportionnalité est $900 \div 30 = 30$ € par m³ (on vérifie : 1 800 € pour 60 m³). $g(x) = 30x$**.**

2. a) $f(80) = 10 \times 80 + 800 = 800 + 800 = 1\,600$. $f(80) = 1\,600$ **: avec l'entreprise B, un déménagement de 80 m³ coûte 1 600 €.**

2. b) On résout $f(x) = 3\,500$: $10x + 800 = 3\,500$, soit $10x = 2\,700$, donc $x = 270$. **L'antécédent de 3 500 par f est 270** (pour 3 500 €, l'entreprise B déménage 270 m³).

2. c) f est une fonction affine : sa représentation est une droite. Il suffit de deux points (un troisième pour vérifier) : $f(0) = 800$, $f(50) = 1\,300$, $f(80) = 1\,600$. **On trace la droite passant par les points (0 ; 800), (50 ; 1 300) et (80 ; 1 600).**

3. On trace en pointillés la verticale d'abscisse 60. Elle coupe la droite de la société A à l'ordonnée 1 800 et celle de la société B à l'ordonnée 1 400 (par le calcul : $g(60) = 30 \times 60 = 1\,800$ et $f(60) = 10 \times 60 + 800 = 1\,400$). Pour 60 m³, la droite de B est en dessous de celle de A. **M. Dubois a intérêt à choisir la société B (1 400 € au lieu de 1 800 €).**

Remarque : les deux droites se coupent au point d'abscisse 40 ($30x = 10x + 800$ donne $x = 40$) ; au-delà de 40 m³, la société B est la moins chère.

Partie 2

1. On ajoute les durées successives à l'heure de départ :
10 h 00 + 2 h 30 min = 12 h 30 ;
80 min = 1 h 20 min, donc 12 h 30 + 1 h 20 min = 13 h 50 ;
13 h 50 + 1 h 45 min = 15 h 35.
M. Dubois arrive au chantier à 15 h 35.

> ⚠ **Piège.** 80 minutes ne font pas 0,8 h ni 1 h 80 : c'est 1 h 20 min. Et 6 h 30 vaut 6,5 h, pas 6,3 h.

2. 6 h 30 = 6,5 h. $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{442}{6{,}5} = 68$. Vérification : $68 \times 6{,}5 = 442$. **Le camion a roulé en moyenne à 68 km/h.**

Conseils pour le jour J

Ce sujet comporte beaucoup de questions courtes : avance vite sur les calculs de l'exercice 1 des activités numériques, mais écris chaque étape (décomposition, regroupement des puissances de 10, extraction des carrés) car c'est elle qui est notée.

En géométrie, l'exercice 3 enchaîne trois outils différents : contraposée de Pythagore (le triangle n'est pas rectangle), cosinus dans le triangle rectangle ADC, réciproque de Thalès. Annonce clairement le triangle et le théorème avant chaque calcul.

Dans le problème, rends l'annexe avec la droite de f tracée et tous les pointillés de lecture (20 m³ et 60 m³) : sans tracés apparents, la réponse graphique perd des points. Pour les durées, convertis toujours en heures et minutes avant d'additionner.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).