Corrigé – Brevet 2010 – mathématiques – Asie

Calculs, QCM de calcul littéral et système, Pythagore, Thalès et trigonométrie : l'échelle des pompiers, Cocktail : proportions, volume d'un cône et réduction

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Activités numériques – Calculs, QCM de calcul littéral et système *(12 pts)*

Exercice 1 (4 points)

1. La division est prioritaire sur la soustraction. Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse :
$A = \dfrac{3}{4} - \dfrac{2}{3} \times \dfrac{15}{8} = \dfrac{3}{4} - \dfrac{30}{24} = \dfrac{3}{4} - \dfrac{5}{4} = \dfrac{-2}{4} = -\dfrac{1}{2}$.
$A = -\dfrac{1}{2}$ (fraction irréductible).

> ⚠ **Piège.** Ne calcule pas $\dfrac{3}{4} - \dfrac{2}{3}$ en premier : la division passe avant la soustraction.

2. On regroupe les nombres d'un côté et les puissances de 10 de l'autre :
$B = \dfrac{6 \times 5}{1{,}5} \times \dfrac{10^{-2} \times 10^{2}}{10^{-4}} = 20 \times \dfrac{10^{0}}{10^{-4}} = 20 \times 10^{4} = 2 \times 10 \times 10^{4}$.
$B = 2 \times 10^{5}$ (soit 200 000).

3. On décompose chaque radicande avec un carré parfait : $12 = 4 \times 3$ et $48 = 16 \times 3$.
$C = \sqrt{4} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 2\sqrt{16} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 2 \times 4\sqrt{3} = (2 - 5 + 8)\sqrt{3}$.
$C = 5\sqrt{3}$, donc $a = 5$.

Exercice 2 (QCM)

1. D'après l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$: $(2x-5)^2 = 4x^2 - 2 \times 2x \times 5 + 25$. **Réponse :** $4x^2 - 20x + 25$ **(proposition 3).**

2. $9x^2 - 144 = (3x)^2 - 12^2$ est de la forme $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$. **Réponse :** $(3x - 12)(3x + 12)$ **(proposition 1).**

3. $-3x + 7 = 0$ donne $-3x = -7$, puis $x = \dfrac{-7}{-3} = \dfrac{7}{3}$. **Réponse :** $\dfrac{7}{3}$ **(proposition 2).**

4. $5x + 3 \geqslant 2x + 9$ donne $3x \geqslant 6$, soit $x \geqslant 2$ (on divise par 3, positif : le sens ne change pas). Les solutions sont les nombres supérieurs ou égaux à 2 : partie en gras à droite de 2, crochet tourné vers les solutions car 2 est inclus. **Réponse : le premier dessin (proposition 1).**

Exercice 3

On note d le prix d'un DVD et b le prix d'une bande dessinée, en euros.
Pierre dépense $75 - 14{,}50 = 60{,}50$ €, donc $d + 4b = 60{,}50$.
Clothilde : $2d + 3b = 73{,}50$.

De la première équation, $d = 60{,}50 - 4b$. On remplace dans la seconde :
$2(60{,}50 - 4b) + 3b = 73{,}50$, soit $121 - 8b + 3b = 73{,}50$, donc $-5b = -47{,}50$ et $b = 9{,}50$.
Puis $d = 60{,}50 - 4 \times 9{,}50 = 60{,}50 - 38 = 22{,}50$.

Vérification : Pierre $22{,}50 + 4 \times 9{,}50 = 60{,}50$ € ; Clothilde $2 \times 22{,}50 + 3 \times 9{,}50 = 45 + 28{,}50 = 73{,}50$ €. **Un DVD coûte 22,50 € et une bande dessinée 9,50 €.**

Activités géométriques – Pythagore, Thalès et trigonométrie : l'échelle des pompiers *(12 pts)*

Exercice 1

1. Dans le triangle ABO, le plus grand côté est [OB] avec OB = 6.
$OB^2 = 6^2 = 36$ et $AB^2 + AO^2 = 3{,}6^2 + 4{,}8^2 = 12{,}96 + 23{,}04 = 36$.
Comme $OB^2 = AB^2 + AO^2$, d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, **le triangle ABO est rectangle en A**.

2. Les points A, O, C sont alignés, ainsi que les points B, O, D, dans le même ordre.
$\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{4{,}8}{6} = 0{,}8$ et $\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{6}{7{,}5} = 0{,}8$.
Les rapports sont égaux, donc d'après la **réciproque du théorème de Thalès**, **les droites (AB) et (CD) sont parallèles**.

> 💡 **Astuce.** Dans une configuration « papillon », compare toujours les longueurs issues du point d'intersection O : OA avec OC, OB avec OD. Et n'oublie pas de préciser que les points sont alignés dans le même ordre.

3. D'après la question 1, la droite (AB) est perpendiculaire à la droite (AC) (angle droit en A, et C est sur la droite (AO)). D'après la question 2, (CD) est parallèle à (AB). Or, si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre : (AC) est perpendiculaire à (CD). **Le triangle OCD est donc rectangle en C.**

Vérification : d'après Thalès, $CD = AB \times \dfrac{OC}{OA} = 3{,}6 \times \dfrac{6}{4{,}8} = 4{,}5$, et $OC^2 + CD^2 = 36 + 20{,}25 = 56{,}25 = 7{,}5^2 = OD^2$.

Exercice 2

1. Les points S, R et F sont alignés sur le mur, R entre S et F : $RF = FS - RS = 18 - 1{,}5 = 16{,}5$. **RF = 16,5 m.**

2. Le triangle FRP est rectangle en R (le mur est vertical, [RP] horizontal). Pour l'angle $\widehat{FPR}$, RF est le côté opposé et RP le côté adjacent :
$\tan \widehat{FPR} = \dfrac{RF}{RP} = \dfrac{16{,}5}{10} = 1{,}65$, d'où $\widehat{FPR} \approx 58{,}8°$.
L'échelle fait un angle d'environ 59° avec l'horizontale.

3. Dans le triangle FRP rectangle en R, d'après le **théorème de Pythagore** :
$PF^2 = RF^2 + RP^2 = 16{,}5^2 + 10^2 = 272{,}25 + 100 = 372{,}25$, donc $PF = \sqrt{372{,}25} \approx 19{,}3$ m.
Comme $19{,}3 < 25$, **l'échelle (25 m au maximum) est assez longue pour atteindre la fenêtre F**.

Problème – Cocktail : proportions, volume d'un cône et réduction *(12 pts)*

Partie 1

1. Le cocktail contient au total $8 + 6 + 2 + 2 = 18$ cL, dont 8 cL de jus d'abricot. Proportion : $\dfrac{8}{18} = \dfrac{4}{9} \approx 0{,}44$.
Le jus d'abricot représente $\dfrac{4}{9}$ du cocktail, soit environ 44 %.

2. 2,7 L = 270 cL. $270 \times \dfrac{4}{9} = 120$. **Il faut prévoir 120 cL, soit 1,2 L de jus d'abricot.**

Partie 2

1. a) La base du cône est le disque de rayon OC = 5,9 cm et sa hauteur est OS = 6,8 cm :
$V = \dfrac{\pi \times 5{,}9^2 \times 6{,}8}{3} = \dfrac{\pi \times 34{,}81 \times 6{,}8}{3} \approx 247{,}88.$
Le volume du verre est d'environ 248 cm³.

1. b) 1 cm^3 = 1 mL = 0,1 cL, donc 248 cm^3 = 24,8 cL. **La contenance du verre est d'environ 25 cL.**

2. a) Le cône de liquide est une réduction du cône du verre de rapport $k = \dfrac{4}{5} = 0{,}8$ (hauteur SO′ $= \dfrac{4}{5}$ de SO).
Dans une réduction de rapport k, les volumes sont multipliés par k^3 :
$V' = 0{,}8^3 \times 25 = 0{,}512 \times 25 = 12{,}8.$
Chaque verre contient environ 13 cL de cocktail.

> ⚠ **Piège.** Remplir aux quatre cinquièmes de la hauteur ne donne pas les quatre cinquièmes du volume : le volume est multiplié par $\left(\dfrac{4}{5}\right)^3$, à peine la moitié.

2. b) Il faut $43 \times 3 = 129$ verres, soit $129 \times 12{,}8 = 1\,651{,}2$ cL $\approx 16{,}5$ L (avec 13 cL par verre : $129 \times 13 = 1\,677$ cL $\approx 16{,}8$ L). Dans les deux cas, c'est moins de 20 L. **Oui, 20 litres de cocktail suffiront.**

3. a) La courbe représentant le volume en fonction de la hauteur n'est pas une droite passant par l'origine. Par exemple, pour 3 cm on lit environ 2 cL et pour 6 cm environ 17 cL : en doublant la hauteur, le volume est multiplié par 8 environ, et non par 2. **Le volume n'est pas proportionnel à la hauteur de liquide.**

3. b) Tracés à faire apparaître en pointillés sur l'annexe :

- de l'abscisse 3 sur l'axe horizontal, on monte jusqu'à la courbe puis on se reporte sur l'axe vertical : **pour une hauteur de 3 cm, le volume est d'environ 2 cL** ;
- de l'ordonnée 17 sur l'axe vertical, on va horizontalement jusqu'à la courbe puis on descend sur l'axe horizontal : **pour un volume de 17 cL, la hauteur est d'environ 6 cm**.

Conseils pour le jour J

Ce sujet récompense la rigueur de rédaction plus que la difficulté : en géométrie, nomme toujours le théorème utilisé (réciproque de Pythagore, réciproque de Thalès, propriété des droites parallèles et perpendiculaires) et cite les points alignés dans le même ordre. La question 3 de l'exercice 1 se fait en deux lignes si tu réutilises les deux questions précédentes.

Dans le problème, garde en tête la règle des agrandissements-réductions : longueurs $\times\, k$, aires $\times\, k^2$, volumes $\times\, k^3$. Et attention aux unités : 1 L = 100 cL et 1 cm³ = 1 mL.

Pour les lectures graphiques sur l'annexe, laisse tes pointillés bien visibles et rends l'annexe avec ta copie : les tracés comptent dans la note.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).