Corrigé – Bac 2026 – Mathématiques AVEC Spécialité (épreuve anticipée) – Métropole

Calcul littéral, droites, pourcentages, ordres de grandeur, puissances, Probabilités conditionnelles : location de bicyclettes, Vrai ou faux : second degré, suite géométrique, tangente, Produit scalaire et angle dans un repère orthonormé

Corrigé détaillé rédigé par Ben, professeur particulier – benprofparticulier.fr

Première partie : automatismes – QCM – Calcul littéral, droites, pourcentages, ordres de grandeur, puissances *(6 pts)*

Aucune justification n'est demandée sur la copie ; elle est donnée ici pour comprendre chaque réponse.

Question 1. Réponse c. D'après l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$: $(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$.

> ⚠ **Piège.** La réponse a oublie le double produit $-12x$ et la réponse b oublie d'élever le 3 au carré : $(3x)^2 = 9x^2$, pas $3x^2$.

Question 2. Réponse c. Sur le graphique, l'unité est la longueur $OI = OJ$ (un grand carreau). La droite (Δ) coupe l'axe des ordonnées au point $(0\,;2)$, donc son ordonnée à l'origine est 2 ; elle passe aussi par $(2\,;0)$. Son coefficient directeur vaut $m = \dfrac{0-2}{2-0} = -1$. D'où $(\Delta) : y = -x + 2$.

Question 3. Réponse d. Les latinistes représentent $100\,\% - 75\,\% = 25\,\%$ de la classe, c'est-à-dire le quart des élèves. Ils sont 9, donc la classe compte $9 \times 4 = 36$ élèves (vérification : $75\,\%$ de 36 font 27 hellénistes, et $27 + 9 = 36$).

Question 4. Réponse b. Augmenter de $t\,\%$ revient à multiplier par le coefficient multiplicateur $1 + \dfrac{t}{100}$; ici $1 + \dfrac{15}{100} = 1{,}15$.

Question 5. Réponse b. $\dfrac{150\,000}{3\,200} = \dfrac{1\,500}{32}$ et $32 \times 50 = 1\,600$, proche de $1\,500$: le quotient vaut environ 50 (exactement $46{,}875$). Les autres propositions sont 10 fois trop petites ou trop grandes.

Question 6. Réponse b. 1 min 40 s $= 60 + 40 = 100$ s. Le nombre d'images par seconde est $\dfrac{2\,400}{100} = 24$ images/seconde.

Question 7. Réponse c. Un point appartient à $\mathcal{C}$ si son ordonnée est l'image de son abscisse. $f(3) = 0{,}5 \times 0^2 + 10 = 10$, donc $C(3\,;10) \in \mathcal{C}$ (et $B(3\,;10{,}5)$ n'y est pas). Contrôle des autres points : $f(-3) = 0{,}5 \times (-6)^2 + 10 = 28 \neq 10$ et $f(0) = 0{,}5 \times 9 + 10 = 14{,}5 \neq 19{,}5$.

Question 8. Réponse c. Avec les règles de calcul sur les puissances : $10^{201} \times 10^{-4} = 10^{197}$ et $(10^2)^{100} = 10^{200}$. Donc $A = \dfrac{10^{197}}{10^{200}} = 10^{-3} = 0{,}001$.

> 💡 **Astuce.** Sans calculatrice, pour un ordre de grandeur (question 5), simplifie d'abord la fraction par une puissance de 10, puis compare à un produit facile ($32 \times 50 = 1\,600$).

Deuxième partie – Exercice 1 – Probabilités conditionnelles : location de bicyclettes *(5 pts)*

1. D'après l'énoncé, $P(T) = 0{,}6$, donc $P(\bar{T}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4$. Parmi les clients ayant loué une bicyclette traditionnelle, $25\,\%$ ont pris une assurance : $P_T(A) = 0{,}25$, donc $P_T(\bar{A}) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$.

Arbre complété :

- branche de la racine vers T : $0{,}6$; branche de la racine vers $\bar{T}$: $0{,}4$;
- branche de T vers A : $0{,}25$; branche de T vers $\bar{A}$: $0{,}75$.

Les branches issues de $\bar{T}$ ne comportent pas de pointillés : elles ne sont pas connues à ce stade (la question 5 donne $P_{\bar{T}}(A)$).

2. L'énoncé indique que « $20\,\%$ de l'ensemble des clients ont pris une assurance ». Donc $P(A) = 0{,}2$.

> ⚠ **Piège.** Ces $20\,\%$ portent sur l'*ensemble* des clients : c'est $P(A)$, et non une probabilité conditionnelle à placer sur une branche de l'arbre.

3. L'événement cherché est $T \cap A$. D'après la formule des probabilités composées (lecture du chemin T puis A sur l'arbre) :

$$P(T \cap A) = P(T) \times P_T(A) = 0{,}6 \times 0{,}25 = 0{,}15.$$

La probabilité que le client ait loué une bicyclette traditionnelle et pris une assurance est bien égale à $0{,}15$.

4. Les événements T et $\bar{T}$ forment une partition de l'univers. D'après la formule des probabilités totales :

$$P(A) = P(T \cap A) + P(\bar{T} \cap A), \text{ donc } P(\bar{T} \cap A) = P(A) - P(T \cap A) = 0{,}2 - 0{,}15 = 0{,}05.$$

On a bien $P(\bar{T} \cap A) = 0{,}05$.

5. Le client a loué une bicyclette électrique : c'est l'événement $\bar{T}$. On cherche $P_{\bar{T}}(A)$. Par définition d'une probabilité conditionnelle :

$$P_{\bar{T}}(A) = \frac{P(\bar{T} \cap A)}{P(\bar{T})} = \frac{0{,}05}{0{,}4} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}.$$

La probabilité qu'un client ait pris une assurance sachant qu'il a loué une bicyclette électrique est $\dfrac{1}{8}$ (soit $0{,}125$). On peut alors compléter l'arbre : $P_{\bar{T}}(A) = \dfrac{1}{8}$ et $P_{\bar{T}}(\bar{A}) = \dfrac{7}{8}$.

Deuxième partie – Exercice 2 – Vrai ou faux : second degré, suite géométrique, tangente *(5 pts)*

1. Affirmation vraie. L'équation $(E) : x^2 + x - u^2 = 0$ est une équation du second degré de coefficients $a = 1$, $b = 1$ et $c = -u^2$. Son discriminant vaut

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-u^2) = 1 + 4u^2.$$

Pour tout réel u, $u^2 \geqslant 0$, donc $\Delta = 1 + 4u^2 \geqslant 1 > 0$. Un discriminant strictement positif garantit deux solutions réelles distinctes : **quelle que soit la valeur de u, (E) possède deux solutions réelles distinctes.**

2. Affirmation vraie. Pour tout entier naturel n, $u_n = 2^{-n} = \dfrac{1}{2^n} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$, et

$u_{n+1} = 2^{-(n+1)} = 2^{-n} \times 2^{-1} = \dfrac{1}{2}\,u_n$.

On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre $\dfrac{1}{2}$: (u_n) **est la suite géométrique de raison** $\dfrac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = 2^0 = 1$.

3. Affirmation vraie. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $f'(x) = \mathrm{e}^x$ (la dérivée de la constante -1 est nulle). On a $f(0) = \mathrm{e}^0 - 1 = 0$ et $f'(0) = \mathrm{e}^0 = 1$.

L'équation de la tangente au point d'abscisse 0 est $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$, soit $T : y = x$.

Pour $A(3\,;3)$: avec $x = 3$, on obtient $y = 3$, qui est bien l'ordonnée de A. **Le point A appartient à la tangente T.**

> 💡 **Astuce.** Dans un vrai-faux, une affirmation « quelle que soit la valeur » se prouve par un calcul général (ici le signe de $1 + 4u^2$) ; un seul exemple ne suffit pas. En revanche, un seul contre-exemple suffit pour montrer qu'elle est fausse.

Deuxième partie – Exercice 3 – Produit scalaire et angle dans un repère orthonormé *(4 pts)*

1. $\overrightarrow{KP}\begin{pmatrix} x_P - x_K \\ y_P - y_K \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{KP}\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$. Le repère étant orthonormé, $\|\overrightarrow{KP}\| = \sqrt{3^2 + 0^2} = \sqrt{9}$, donc $\|\overrightarrow{KP}\| = 3$.

2. $\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} x - 1 \\ 3 - 0 \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{KM}\begin{pmatrix} x - 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, et $\|\overrightarrow{KM}\| = \sqrt{(x-1)^2 + 3^2} = \sqrt{(x-1)^2 + 9}$.

3. Dans un repère orthonormé, le produit scalaire de $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$ est $aa' + bb'$. Donc

$\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = 3 \times (x - 1) + 0 \times 3 = 3x - 3$.

On a bien $\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = 3x - 3$.

4. D'après l'expression du produit scalaire à l'aide du cosinus de l'angle :

$\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = \|\overrightarrow{KP}\| \times \|\overrightarrow{KM}\| \times \cos\widehat{PKM}$.

Si $\widehat{PKM} = \dfrac{\pi}{3}$, alors $\cos\widehat{PKM} = \dfrac{1}{2}$ et, avec les questions 1, 2 et 3 :

$3x - 3 = 3 \times \sqrt{(x-1)^2 + 9} \times \dfrac{1}{2}$.

En multipliant les deux membres par $\dfrac{2}{3}$: $\dfrac{2(3x-3)}{3} = \sqrt{(x-1)^2 + 9}$, c'est-à-dire $2x - 2 = \sqrt{(x-1)^2 + 9}$.

Donc si $\widehat{PKM} = \dfrac{\pi}{3}$, le réel x est solution de (E) : $\sqrt{(x-1)^2 + 9} = 2x - 2$.

5. On calcule séparément les deux membres de (E) pour $x = 1 + \sqrt{3}$.

- Membre de gauche : $x - 1 = \sqrt{3}$, donc $(x-1)^2 + 9 = 3 + 9 = 12$ et $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$.
- Membre de droite : $2x - 2 = 2(1 + \sqrt{3}) - 2 = 2 + 2\sqrt{3} - 2 = 2\sqrt{3}$.

Les deux membres sont égaux à $2\sqrt{3}$: **le réel $1 + \sqrt{3}$ est bien solution de l'équation (E).**

Remarque (non demandée) : c'est même la seule solution. Le membre de gauche est positif, donc $2x - 2 \geqslant 0$, soit $x \geqslant 1$; en élevant au carré, $(x-1)^2 + 9 = 4(x-1)^2$, d'où $(x-1)^2 = 3$ et $x - 1 = \sqrt{3}$. Le point $M(1 + \sqrt{3}\,;3)$ est donc l'unique point de la droite d'équation $y = 3$ tel que $\widehat{PKM} = \dfrac{\pi}{3}$.

> ⚠ **Piège.** À la question 5, on te demande seulement de *vérifier* : remplace x par $1 + \sqrt{3}$ dans chaque membre et montre qu'ils sont égaux. Inutile (et risqué sans calculatrice) de résoudre l'équation.

Conseils pour le jour J

Première partie : les huit questions d'automatismes se font en 15 à 20 minutes, sans calculatrice. Pose chaque calcul au brouillon (identité remarquable, puissances de 10, conversion des minutes en secondes) et vérifie ta réponse autrement quand c'est possible : recalculer $75\,\%$ de 36 ou l'image de chaque point proposé à la question 7 ne prend que quelques secondes et évite une erreur bête.

Exercice 1 : lis l'énoncé phrase par phrase pour savoir où va chaque pourcentage. « Parmi ceux qui ont loué une bicyclette traditionnelle » annonce une probabilité conditionnelle (une branche de l'arbre), alors que « de l'ensemble des clients » donne $P(A)$. La question 4 se traite avec la formule des probabilités totales écrite en entier : c'est elle qui rapporte les points, pas seulement le résultat $0{,}05$.

Exercices 2 et 3 : dans le vrai-faux, une réponse sans justification ne compte pas ; pense au discriminant, à la relation $u_{n+1} = q\,u_n$ et à la formule $y = f'(a)(x - a) + f(a)$. Pour le produit scalaire, connais par cœur ses deux expressions (avec les coordonnées et avec le cosinus) : la question 4 consiste précisément à les égaler, puis à simplifier proprement.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).