

🌀 Baccalauréat STL biotechnologies Métropole–La Réunion 🌀
7 septembre 2015

EXERCICE 1

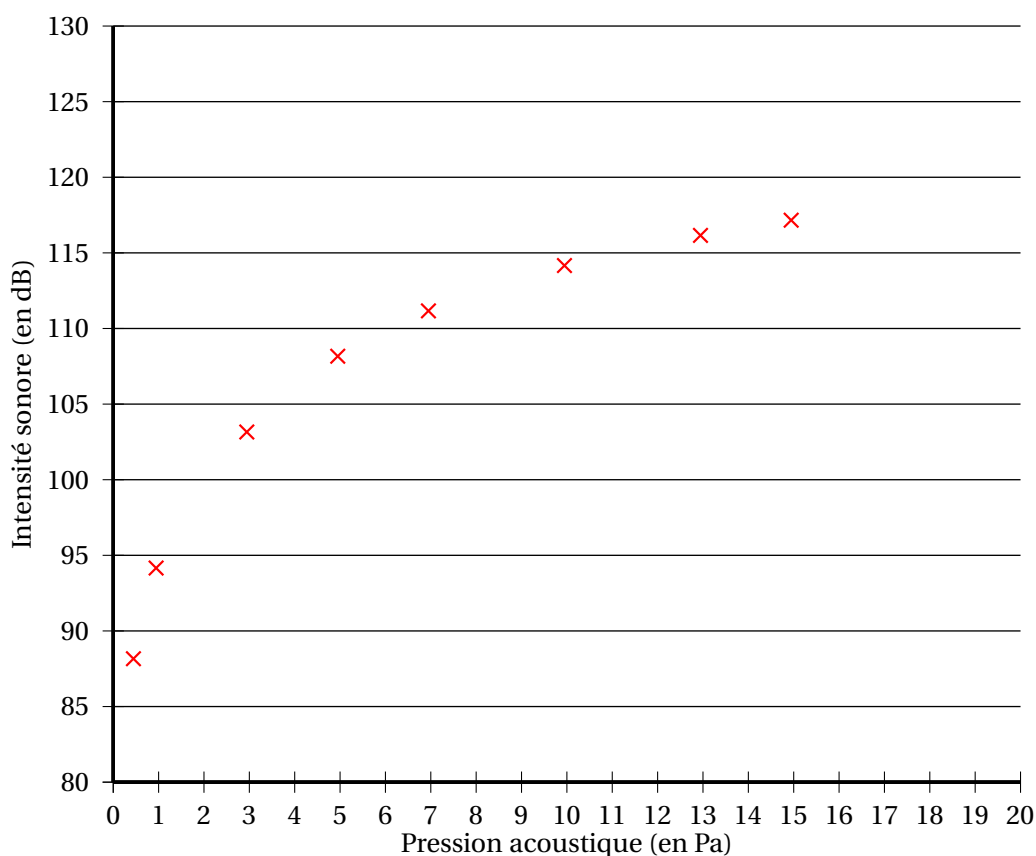
5 points

Dans une grande salle parisienne, lors de huit concerts différents, on a relevé à l'aide d'un sonomètre la pression acoustique (en Pascal : Pa) à laquelle est soumise l'oreille d'une personne ainsi que le niveau d'intensité sonore (en décibel : dB) du bruit responsable de cette pression.

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Pression acoustique : p_i	0,5	1	3	5	7	10	13	15
Intensité sonore : y_i	88	94	103	108	111	114	116	117

1. Le nuage de points correspondant est donné ci-dessous.



Un ajustement affine du nuage de points semble-t-il pertinent ? Pourquoi ?

2. On pose $x_i = \log p_i$. On rappelle que la fonction $\log$ désigne la fonction logarithme décimal.

Reproduire et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de x_i à 10^{-2} .

$x_i = \log p_i$						1		
Intensité sonore : y_i	88	94	103	108	111	114	116	117

3. Dans le repère donné en annexe, représenter le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$.
4. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point sur le graphique donné en annexe.
5. À l'aide de la calculatrice, en arrondissant les coefficients à 10^{-2} , donner une équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés. Tracer cette droite dans le repère donné en annexe.
6. Lors d'un concert de « The Who » en 1976, l'oreille des spectateurs a été soumise à la pression de 20 Pa.
Déterminer l'intensité sonore atteinte lors de ce concert. Le résultat sera donné au décibel près.

EXERCICE 2**5 points**

Dans une entreprise fabriquant des lentilles optiques, on prélève au hasard un échantillon de 100 lentilles sur une chaîne de production particulière. On considère ce prélèvement comme un tirage avec remise.

Une lentille est considérée comme étant conforme au cahier des charges de fabrication SI sa vergence, exprimée en dioptries, est comprise entre 5,3 et 5,6.

Le service de contrôle de qualité de l'entreprise estime que 90 % des lentilles fabriquées sont conformes.

Dans cet exercice toutes les probabilités seront arrondies à 10^{-2} .

Partie A

On note X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 100 lentilles, associe le nombre de lentilles conformes de cet échantillon.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et déterminer les paramètres de cette loi.
2. Déterminer la probabilité $p(X = 85)$.
3. Déterminer les valeurs de l'espérance et de l'écart type de cette variable aléatoire X . Interpréter l'espérance de cette variable aléatoire X .

Partie B

On décide d'approcher la variable aléatoire X par la variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance 90 et d'écart type 3.

1. Déterminer la probabilité $P(84 < Y < 96)$.
2. Déterminer la probabilité d'avoir, dans un tel échantillon, au moins 85 lentilles conformes.

3. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence des lentilles conformes dans un lot de 100 lentilles.

Arrondir les bornes de l'intervalle à 10^{-2} .

4. Le responsable qualité de cette entreprise veut vérifier la production. Pour cela, il prélève un échantillon de 100 lentilles et il obtient 82 lentilles conformes.

Devrait-il s'interroger sur le réglage de la chaîne de fabrication ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3

5 points

On injecte à un malade une dose de 5 cm^3 d'un produit.

Toutes les heures, on fait un relevé de la quantité, exprimée en cm^3 , de ce produit dans le sang.

Cette quantité diminue du fait de son élimination naturelle par l'organisme.

On s'intéresse au volume de produit, exprimé en cm^3 , dans le sang du malade n heures après son injection. L'organisme du patient élimine 6 % du produit présent toutes les heures.

La situation est modélisée par une suite (V_n) de premier terme $V_0 = 5$, où V_n fournit une estimation du volume en cm^3 , de produit dans le sang du malade au bout de n heures.

1.
 - a. Calculer V_1 , V_2 et V_3 ; (arrondir les valeurs au millième).
 - b. Montrer que la suite (V_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.
 - c. En déduire, pour tout entier naturel n , l'écriture de V_n en fonction de n .
 - d. Déterminer la limite de V_n quand n tend vers $+\infty$. Justifier.
2. Calculer le volume de produit dans le sang au bout de 9 heures. Arrondir la valeur au millième.
3. Déterminer le nombre d'heures nécessaires pour réduire de moitié le volume du produit injecté dans le sang.
4. On donne l'algorithme ci-dessous qui se rapporte à la suite (V_n) étudiée.

Variables : V, N

Initialisation :

V prend la valeur 5

N prend la valeur 0

Traitement :

Tant que $V \geq 2$

V prend la valeur $0,94 \times V$

N prend la valeur $N + 1$

Fin Tant que

Sortie :

Afficher N

- a. Quelle valeur de N affiche cet algorithme après avoir été exécuté? Interpréter le résultat.
- b. On injecte la même dose de produit à un autre malade. L'organisme n'élimine toutes les heures que 3 % du produit relevé à l'heure précédente.
On souhaite déterminer le temps nécessaire pour que le volume de produit dans le sang soit inférieur à $0,1 \text{ cm}^3$.
Modifier l'algorithme précédent pour qu'il fournisse la réponse au problème posé.

EXERCICE 4**5 points**

Dans une certaine usine, la température d'un moteur thermique est régulée par un système de circulation d'eau de refroidissement. Quand la température de cette eau atteint 90°C , un ventilateur se met en action afin de refroidir le liquide dans le radiateur. Il s'arrête lorsque la température redevient inférieure à 50°C .

On mesure en minutes le temps t écoulé à partir de l'instant où le ventilateur se déclenche.

On admet que la température de l'eau, exprimée en degrés Celsius ($^\circ\text{C}$), est donnée à l'instant t par $f(t)$ où f , fonction définie sur $[0; +\infty[$, est solution de l'équation différentielle

$$(E) : y' + 0,04y = 2,04.$$

De plus, on sait que $f(0) = 90$.

Partie A

1. Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E) sur $[0; +\infty[$.
2. Déterminer la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 90$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(t) = 39e^{-0,04t} + 51.$$

On désigne par $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

1. Déterminer la limite de f en $+\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathcal{C})$?
2. La fonction f' désigne la fonction dérivée de f .
 - a. Déterminer $f'(t)$.
 - b. En déduire les variations de f sur $[0; +\infty[$.
3. Comment varie la température de l'eau dans le moteur à partir de l'instant où le ventilateur se déclenche?
4. Le ventilateur va-t-il s'arrêter? Justifier la réponse.

ANNEXE (à rendre avec la copie)

EXERCICE 1

