

Baccalauréat STL Biotechnologies Antilles-Guyane 18 juin 2015

EXERCICE 1

4 points

On s'intéresse, dans cet exercice, à l'évolution annuelle en France de la production primaire d'énergie par l'éolien entre 2002 et 2012.

Le tableau ci-dessous donne cette évolution en kilotonnes équivalent pétrole (ktep).

La « tonne équivalent pétrole », ou tep, est une unité de mesure de l'énergie correspondant au pouvoir calorifique d'une tonne de pétrole, c'est-à-dire à la quantité de chaleur dégagée par la combustion par le dioxygène d'une tonne de pétrole.

Année	2002	2004	2006	2008	2010	2012
Rang de l'année : x_i	2	4	6	8	10	12
Production d'énergie (ktep) : y_i	26	54	192	495	860	1 290

Source : INSEE

- Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les résultats à 10^{-2} près :

Année	2002	2004	2006	2008	2010	2012
Rang de l'année : x_i	2	4	6	8	10	12
$z_i = \ln(y_i)$						

- Représenter sur papier millimétré le nuage de points de coordonnées $(x_i ; z_i)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé. On prendra 1 cm comme unité.
- Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage, arrondir les résultats à 10^{-1} près.
Placer le point G sur le graphique.
- Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite D d'ajustement de z en x par la méthode des moindres carrés (on arrondira les coefficients à 10^{-2} près).
- Dans la suite de l'exercice, on prendra pour D l'équation $z = 0,41x + 2,56$.
Tracer D dans le repère précédent.
- Déduire des questions précédentes une expression de y en fonction de x.
- En utilisant la question précédente, à partir de quelle année la production annuelle en France d'énergie par l'éolien dépasserait-elle les 10 000 ktep?

EXERCICE 2

6 points

Les autorités de santé d'une grande ville s'intéressent aux enfants et aux jeunes adultes atteints d'asthme.

En 2011, on a recensé environ 850 nouveaux cas.

À partir de 2011, le nombre de nouveaux cas déclarés augmente environ de 2,5 % par an.

On désire modéliser la situation par une suite (u_n) de premier terme $u_0 = 850$.

Ainsi, u_n modélise le nombre de nouveaux cas en $(2011 + n)$.

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis à l'unité.

- Calculer le nombre de nouveaux cas en 2012 et en 2013.
- Justifier que (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
 - Exprimer u_n en fonction de n.

- c. En déduire le nombre de nouveaux cas en 2020.
3. Déterminer à partir de quelle année on dépassera les 1 400 nouveaux cas.
4. On propose l'algorithme suivant :

Variables :	U, S, N
Initialisation :	Affecter à U la valeur 850 Affecter à S la valeur U Affecter à N la valeur 0
Traitement :	Tant que $S < 6000$ Affecter à U la valeur $U \times 1,025$ Affecter à S la valeur $S + U$ Affecter à N la valeur $N + 1$ Fin tant que
Sortie :	Afficher N

- a. Que représente S dans cet algorithme?
- b. Déterminer la valeur finale obtenue pour N avec cet algorithme.
- c. Les autorités sanitaires de la ville ont décidé que le seuil d'alerte est atteint pour 6 000 nouveaux cas déclarés depuis 2011.
En supposant que le nombre de nouveaux cas évolue de la même manière, déterminer l'année à partir de laquelle cela se produira.

EXERCICE 3**6 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x^2 - 1,5x)e^x + b,$$

où b désigne un nombre réel. Soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; I; J)$ du plan.

PARTIE A : détermination de la fonction f

Supposons que la courbe $\mathcal{C}$ passe par le point $A(0; 3)$.

- En déduire la valeur de $f(0)$.
- En utilisant la question 1, déterminer la valeur du nombre b .

Dans toute la suite du problème, on admettra que pour tout réel x ,

$$f(x) = (x^2 - 1,5x)e^x + 3.$$

PARTIE B : étude de la fonction f

- Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
 - Sachant que la limite de la fonction f en $-\infty$ est 3, qu'en déduit-on pour la courbe représentative de f ?

2. Montrer que la fonction dérivée f' de la fonction f est définie pour tout nombre réel x par :

$$f'(x) = (x^2 + 0,5x - 1,5) e^x.$$

3. **a.** Résoudre l'équation $x^2 + 0,5x - 1,5 = 0$ dans $\mathbb{R}$.
 b. En déduire le signe de f' sur $\mathbb{R}$.
 c. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
4. Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 0.
5. **a.** Compléter le tableau de valeurs figurant dans l'annexe à joindre avec la copie, arrondir les résultats à 10^{-1} près.
 b. Représenter sur une feuille de papier millimétré la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente T dans le repère $(O; I; J)$. On prendra comme unité 1 cm.

PARTIE C :

1. On considère la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = (x^2 - 3,5x + 3,5) e^x + 3x.$$

Démontrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Calculer l'aire du domaine D du plan délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.

Le résultat, dont on donnera la valeur exacte puis une valeur arrondie au dixième, sera exprimé en cm^2 .

EXERCICE 4

4 points

Les probabilités seront arrondies à 10^{-3} près.

Une usine pharmaceutique fabrique des comprimés. Elle est dotée d'un service « contrôle et qualité » qui est chargé de trier les comprimés et d'écarter ceux qui ont un défaut d'enrobage. Lors d'un contrôle, ce service constate que 4 % des comprimés ont un défaut d'enrobage.

PARTIE A

Un technicien, responsable de la chaîne de fabrication, prélève un échantillon de 200 comprimés. La production de comprimés est suffisamment importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 200 comprimés, associe le nombre de comprimés présentant un défaut d'enrobage.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale et donner les paramètres de cette loi.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement A « L'échantillon contient exactement 3 comprimés présentant un défaut d'enrobage ».
3. Déterminer la probabilité de l'évènement B « Le prélèvement contient au moins 3 comprimés présentant un défaut d'enrobage ».

PARTIE B

On décide d'approcher la variable aléatoire X donnant le nombre de comprimés présentant un défaut d'enrobage dans l'échantillon de 200 comprimés de la partie A par la variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance μ et d'écart-type σ .

1. Justifier que l'on prenne $\mu = 8$ et $\sigma \approx 2,77$ (valeur arrondie à 10^{-2} près).
2. Calculer $P(Y \leq 6)$.

PARTIE C

Le technicien estime que ce pourcentage de 4 % de comprimés présentant un défaut d'enrobage est trop élevé. Il décide alors de régler la machine pour abaisser ce taux à 0,8 %. Après avoir terminé son réglage, le technicien fait un prélèvement de 700 comprimés.

1. Déterminer l'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence des comprimés présentant un défaut d'enrobage dans cet échantillon de 700 comprimés (arrondir à 10^{-3}).

Parmi les 700 comprimés, le technicien trouve 10 comprimés présentant un défaut d'enrobage.
2. Déterminer la fréquence des comprimés présentant un défaut d'enrobage dans cet échantillon.
3. Le technicien peut-il considérer son réglage efficace? Justifier la réponse.

ANNEXE (à rendre avec la copie)**EXERCICE 3 :****Partie B :**

5. a. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous, arrondir les résultats à 10^{-1} près.

x	-5	-4	-3	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$								3			3	10,4