

❧ Baccalauréat STG Mercatique Pondichéry ❧

17 avril 2012

La calculatrice (conforme à la circulaire N°99-186 du 16-11-99) est autorisée.

EXERCICE 1

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Pour chaque question, quatre réponses sont proposées parmi lesquelles une seule est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque bonne réponse rapporte 1 point. Aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

En avril 2011, on estime que la proportion de courrier indésirable, ou spams, sur la boîte de messagerie électronique d'un particulier est de 76 %. Le logiciel StopoSpam supprime 95 % des messages indésirables mais aussi 3 % des messages acceptés (c'est-à-dire « non indésirables »).

On pourra s'aider d'un arbre de probabilité pour répondre aux questions suivantes.

1. La probabilité qu'un message pris au hasard soit accepté est égale à :
a. 0,76 b. 0,95 c. 0,03 d. 0,24
2. La probabilité qu'un message pris au hasard soit accepté et supprimé est égale à :
a. 0,03 b. 0,0072 c. 0,2328 d. 0,1824
3. La probabilité qu'un message pris au hasard soit supprimé est égale à :
a. 0,7292 b. 0,19 c. 0,98 d. 0,722
4. La probabilité qu'un message pris au hasard soit indésirable sachant qu'il est supprimé est, à 0,01 près, égale à :
a. 0,95 b. 0,722 c. 0,99 d. 0,19

EXERCICE 2

6 points

Un site est spécialisé dans la diffusion de vidéos courtes sur Internet. Le responsable du site a constaté que la durée de chargement des vidéos évoluait en fonction du nombre d'internautes connectés simultanément.

Le tableau ci-dessous représente les mesures constatées :

Nombre d'internautes connectés x_i (en milliers)	0,5	1	2,5	3	4	5	6
Durée de chargement de la vidéo y_i (en secondes)	0,3	0,4	0,6	0,9	1,3	2	2,8

On cherche à estimer la durée de chargement lorsque le nombre de personnes connectées sera encore plus élevé.

Partie A : Modèle affine

1. Représenter le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ associé à cette série statistique dans un repère orthogonal. On prendra comme unités : en abscisses 2 cm pour 1 000 internautes connectés et en ordonnées 1 cm pour 0,2 seconde.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G (on donnera des valeurs arrondies au dixième) et le placer dans le repère.
3. À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite d'ajustement $\mathcal{D}$ obtenue par la méthode des moindres carrés. On arrondira les coefficients au millième.
4. Pour la suite, on prendra pour équation de la droite $\mathcal{D}$: $y = 0,44x - 0,19$.
 - a. Tracer la droite $\mathcal{D}$ dans le repère précédent.
 - b. Avec ce modèle, estimer le temps de réponse pour 8 000 personnes connectées.
5. Une vidéo particulièrement demandée a attiré 8 000 personnes simultanément et on a constaté que le temps de chargement était de 6,2 secondes. Ce résultat conduit-il à rejeter le modèle affine ?

Partie B : Modèle exponentiel

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5 ; 10]$ par

$$f(x) = 0,25 \times e^{0,4x}.$$

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0,5 ; 10]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1.
 - a. Calculer $f'(x)$.
 - b. Quel est le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,5 ; 10]$?
 - c. En déduire le sens de variation de la fonction f sur cet intervalle.
2. Calculer $f(8)$ et représenter l'allure de la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f dans le repère de la partie A. Quel modèle vous semble le mieux adapté ?

EXERCICE 3

5 points

Les dépenses annuelles de fonctionnement de deux services d'une entreprise, nommés ici A et B, ont été étudiées sur une assez longue période, ce qui a conduit à la modélisation suivante.

Les dépenses du service A augmentent de 4 000 € chaque année, tandis que celles du service B augmentent de 15 % chaque année.

Cette année (qui sera prise dans la suite comme année 1), les deux services ont effectué des dépenses identiques : 20 000 €.

On note a_n le total des dépenses du service A et b_n le total des dépenses du service B la n -ième année. On s'intéresse aussi au cumul de ces dépenses sur plusieurs années. Le tableau ci-dessous, extrait d'une feuille automatisée de calcul, donne les résultats pour les premières années.

	P	Q	R	S	T
1	Numéro de l'année : n	Dépenses du service A : a_n	Cumul des dépenses du service A	Dépenses du service B : b_n	Cumul des dépenses du service B
2	1	20 000	20 000	20 000	20 000
3	2	24 000	44 000	23 000	43 000
4	3	28 000	72 000	26 450	69 450
5	4	32 000		30 417,50	99 867,50
6	5				
7	6				
8	7				
9	8				
10	9				
11	10				

Partie A : Étude des dépenses du service A

- Quelle est la nature et quelle est la raison de la suite (a_n) des dépenses annuelles du service A?
 - Exprimer a_n en fonction de n .
 - Calculer a_{10} .
- Proposer une formule qui, entrée dans la cellule R3, permet par recopie vers le bas de calculer le cumul des dépenses du service A.
- Calculer la somme $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}$. Que représente cette somme?

Partie B : Étude des dépenses du service B

- Quelle formule entrée dans la cellule S3 permet par recopie vers le bas de calculer les dépenses annuelles du service B?
 - Quelle est la nature et quelle est la raison de la suite (b_n) des dépenses du service B?
 - Exprimer b_n en fonction de n .
- Calculer les dépenses annuelles prévisibles pour le service B lors de la dixième année. On arrondira le résultat à la centaine d'euros.

Partie C : Comparaison des deux services

Lequel des deux services aura le plus dépensé en 10 ans pour son fonctionnement ?

EXERCICE 4

5 points

Un menuisier installe des portes et des fenêtres. Il se fournit chaque mois auprès d'un fabricant, qui lui propose deux sortes de lots pour ses travaux standards : le lot A est composé de 5 portes et 5 fenêtres, le lot B est composé de 4 portes et 2 fenêtres.

Le menuisier ayant une place limitée, il ne peut pas stocker plus de 120 portes et de 90 fenêtres.

On note x le nombre de lots A et y le nombre de lots B qu'il achète un mois donné à son fournisseur.

- Décrire par un système d'inéquations les contraintes du problème (on établira clairement le rapport avec l'énoncé).

2. Montrer que ce système est équivalent au système suivant, dans lequel x et y désignent des inconnues entières :

$$(S) \quad \begin{cases} x & \geq & 0 \\ y & \geq & 0 \\ y & \leq & 30 - \frac{5}{4}x \\ y & \leq & 45 - \frac{5}{2}x \end{cases}$$

Dans le repère orthogonal fourni en annexe, on a tracé les droites (d_1) et (d_2) d'équations respectives $y = -\frac{5}{4}x + 30$ et $y = -\frac{5}{2}x + 45$.

Déterminer graphiquement, en hachurant la partie du plan qui ne convient pas, l'ensemble des points M du plan dont le couple de coordonnées $(x ; y)$ vérifie le système (S).

3. À l'aide du graphique, déterminer le nombre maximum de lots B que le menuisier peut acheter s'il achète 10 lots A.
4. Le bénéfice effectué sur un lot A est de 400 euros et sur un lot B de 200 euros. On suppose que le menuisier installe la totalité de son stock pendant le mois en cours.
 - a. Exprimer, en fonction de x et de y le bénéfice mensuel qu'il peut réaliser.
 - b. Représenter sur le graphique précédent les couples $(x ; y)$ qui permettent de réaliser un bénéfice de 5 000 €.
 - c. Déterminer graphiquement les nombres de lots A et de lots B à acquérir et installer pour que le bénéfice mensuel soit le plus grand possible. Quel est ce bénéfice ?

ANNEXE
À rendre avec la copie

EXERCICE 4

