

🌀 Baccalauréat STL 14 septembre 2011 Métropole 🌀
Chimie de laboratoire et de procédés industriels

Calculatrice et formulaire autorisés

Durée de l'épreuve : 3 heures

Coefficient : 4

EXERCICE 1

4 points

On considère l'équation différentielle :

$$(E) : 4y'' + 25y = 0,$$

dans laquelle y est une fonction définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$, et y'' la fonction dérivée seconde de y .

1. Résoudre l'équation différentielle (E).
2. Déterminer la fonction f , solution de (E) vérifiant : $f(0) = \sqrt{2}$ et $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.
3. Vérifier que, pour tout t de $\mathbb{R}$, on a : $f(t) = 2 \cos\left(\frac{5}{2}t - \frac{\pi}{4}\right)$.

EXERCICE 2

6 points

Le plan complexe est muni du repère orthonormal $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On prendra pour unité graphique 1 cm. On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = -\sqrt{3} + i, \quad z_B = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}, \quad z_C = -2(1 + \sqrt{3})i.$$

1. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_A et z_C .
2. Écrire les nombres z_A et z_C sous forme exponentielle. Écrire z_B sous forme algébrique. Placer les points A, B et C sur une figure.
3. Déterminer la nature du triangle ABC.
4. Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère ABDC soit un rectangle.

PROBLÈME

10 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -e^{2x} + 6e^x - 4x - 5.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On prendra pour unité graphique 5 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées.

1. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
2. Montrer, pour tout x réel, l'égalité : $f(x) = e^x(-e^x + 6 - 4xe^{-x} - 5e^{-x})$.
En déduire la limite de f en $+\infty$.
3. a. Calculer la dérivée de la fonction f .

- b. Montrer, pour tout x réel, l'égalité :

$$f'(x) = 2(e^x - 1)(2 - e^x).$$

- c. Étudier le signe de f' .

- d. Dresser le tableau de variation de f . On calculera les valeurs exactes de $f(\ln 2)$ et $f(0)$.

4. Recopier puis compléter le tableau de valeurs suivant. On donnera les résultats arrondis au centième.

x	-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
$f(x)$											

5. Représenter la courbe $\mathcal{C}_f$. On placera les tangentes horizontales.

Partie B

Soit $\mathcal{D}$ la partie du plan délimitée par la courbe $\mathcal{C}_f$ l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = -1$.

- Hachurer ce domaine sur la figure.
- Montrer l'égalité : $\int_{-1}^0 f(x) dx = \frac{e^{-2}}{2} - 6e^{-1} + \frac{5}{2}$.
- Exprimer l'aire du domaine $\mathcal{D}$ en cm^2 . On donnera un arrondi au centième de ce nombre.