

🌀 Baccalauréat STL Antilles 17 juin 2010 🌀
Chimie de laboratoire et de de procédés industriels

EXERCICE 1

6 points

- Déterminer les deux nombres complexes z et z' tels que :
$$\begin{cases} 3z - z' = 4\sqrt{3} \\ z + z' = 4i \end{cases}.$$
- On considère les nombres complexes z_1, z_2, z_3 donnés par :

$$z_1 = \sqrt{3} + i, \quad z_2 = -\sqrt{3} + 3i, \quad z_3 = \frac{z_2}{z_1}.$$

- Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_1, z_2, z_3 .
 - Déterminer la forme algébrique de z_3 .
- Le plan complexe est rapporté à un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On prendra pour unité graphique 2 cm.
 - Placer les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2 .
 - Montrer que OAB est un triangle rectangle.
 - Déterminer l'affixe du milieu K du segment [AB].
 - On note C le point d'affixe $\frac{4\sqrt{3}}{3}z_3$.
 Démontrer que les points O, A, B et C appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

EXERCICE 2

6 points

On estime que les émissions mondiales de CO_2 se sont élevées en l'an 2000 à 6,8 milliards de tonnes, et que, depuis, l'augmentation de ces émissions est chaque année de 3 %.

- On note E_0 la quantité de CO_2 émise en l'an 2000 et, pour n entier naturel, E_n la quantité émise en l'an 2000 + n . Justifier que, selon le modèle envisagé, on peut estimer E_n par l'égalité :

$$E_n = 6,8 \times 1,03^n.$$

- Selon ce modèle, quelle quantité de CO_2 serait-elle émise en 2010? On donnera le résultat, exprimé en milliards de tonnes, arrondi au dixième.
- Quelle serait, selon le modèle envisagé, la somme des émissions produites entre le 1^{er} janvier 2000 et le 31 décembre 2010?
- Toujours selon le modèle envisagé, en quelle année la production de CO_2 atteindrait-elle le double de ce qu'elle fut en 2000?

PROBLÈME

8 points

Le plan est rapporté au repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On prendra pour unité graphique 2 cm.
 On note H le point de coordonnées $(\ln 3 ; \ln 3)$.

On se propose à présent d'étudier la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}.$$

- Vérifier, pour tout x réel, l'égalité : $f(x) = x - 2 + \frac{12}{e^x + 3}.$

2. Déterminer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en $-\infty$.
3. Démontrer que les droites D_1 d'équation $y = x - 2$ et D_2 d'équation $y = x + 2$ sont asymptotes à la courbe $\mathcal{C}_f$ courbe représentative de la fonction f .
4. Préciser les positions relatives de $\mathcal{C}_f$ et des droites D_1 et D_2 .
5. Montrer que, pour tout réel x :

$$f'(x) = \frac{(e^x - 3)^2}{(e^x + 3)^2}.$$

Présenter le tableau de variation de f .

6. Montrer que H est un point de $\mathcal{C}_f$. Tracer sur un même graphique la courbe $\mathcal{C}_f$ et les droites D_1 et D_2 ainsi que la tangente en H à $\mathcal{C}_f$.
7. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution, qu'on notera x_0 , sur $\mathbb{R}$. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de cette solution.