Devoir surveillé – Mouvement : vecteurs position, vitesse et accélération

Vecteurs position, vitesse et accélération d'un point et leurs coordonnées cartésiennes obtenues en dérivant ; mouvements rectilignes uniforme et uniformément accéléré ; mouvement circulaire, uniforme ou non, dans le repère de Frenet ; exploitation d'une vidéo ou d'une chronophotographie et vecteurs accélération tracés en Python.

Durée : 90 min – Calculatrice autorisée – Sur 20 points · Spe-physique-chimie Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Un robot d'entrepôt ★★★ *(4 pts)*

Dans un entrepôt, un robot se déplace sur un sol horizontal. Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ lié au sol, ses équations horaires sont $x(t) = 0{,}050\,t^2$ et $y(t) = 1{,}2\,t - 0{,}10\,t^2$ pour $0 \le t \le 8{,}0$ s (x, y en mètres, t en secondes).

a) Établir les coordonnées du vecteur vitesse, puis celles du vecteur accélération ; montrer que ce dernier est constant et calculer sa valeur.

b) Calculer la valeur de la vitesse à $t = 8{,}0$ s.

c) Un élève affirme : « le vecteur accélération est constant, donc le robot se déplace en ligne droite. » Réfuter cette affirmation en comparant la direction du vecteur vitesse à $t = 0$ et à $t = 8{,}0$ s.

d) Vérifier que le vecteur vitesse est parallèle à l'axe Ox à $t = 6{,}0$ s. Un élève en déduit que la vitesse y est minimale. Montrer que $v^2 = 0{,}050\,t^2 - 0{,}48\,t + 1{,}44$, puis déterminer la date et la valeur de la vitesse minimale ; conclure.

Exercice 2 – Freinage d'urgence d'un bus ★★★ *(4 pts)*

Un bus roule en ligne droite à $50{,}4$ km·h^{-1} sur une route enneigée. Le conducteur aperçoit un obstacle situé à 60 m ; pendant son temps de réaction de $1{,}0$ s, la vitesse ne change pas, puis le bus freine ; sur la neige, son accélération est constante : $a_x = -2{,}0$ m·s^{-2}. L'axe Ox est orienté dans le sens du mouvement ; on prend $t = 0$ et $x = 0$ au début du freinage.

a) Convertir la vitesse en m·s^{-1} et calculer la distance parcourue pendant le temps de réaction ; écrire $v_x(t)$ et $x(t)$ pendant le freinage et justifier que le mouvement est ralenti.

b) Calculer la durée du freinage, la distance de freinage, puis la distance d'arrêt totale. Le bus s'arrête-t-il avant l'obstacle ?

c) Déterminer la date à laquelle le bus atteint l'obstacle, puis la valeur de sa vitesse à cet instant, en km·h^{-1}.

d) Quelle vitesse maximale, en km·h^{-1}, le bus aurait-il dû respecter pour s'arrêter juste devant l'obstacle (même temps de réaction, même freinage) ? On pourra montrer que la distance de freinage vaut $\dfrac{v_0^2}{4{,}0}$ (v_0 en m·s^{-1}).

Exercice 3 – Une centrifugeuse d'entraînement ★★ *(4 pts)*

Pour habituer les pilotes de chasse aux fortes accélérations, une centrifugeuse fait tourner une cabine au bout d'un bras : le centre de la cabine décrit un cercle de rayon $R = 8{,}0$ m. Donnée : $g = 9{,}81\ \text{m·s}^{-2}$.

a) Donner l'expression du vecteur accélération dans le repère de Frenet et la simplifier pour une rotation régulière. L'accélération de la cabine vaut alors $6\,g$: calculer sa vitesse.

b) En déduire la durée d'un tour et le nombre de tours par minute.

c) Un élève affirme : « avec un bras deux fois plus court, il faudrait tourner deux fois plus vite pour garder $6\,g$. » Calculer le nombre de tours par minute nécessaire avec $R = 4{,}0$ m et conclure.

d) Au démarrage, la valeur de la vitesse augmente avec $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 1{,}5\ \text{m·s}^{-2}$. Calculer la valeur de l'accélération quand $v = 6{,}0\ \text{m·s}^{-1}$ et dire si le vecteur accélération est alors dirigé vers le centre.

Exercice 4 – Chronophotographie d'un chariot freiné ★★ *(4 pts)*

Un chariot lancé sur un banc rectiligne est freiné par un dispositif magnétique. Ses positions sont relevées toutes les $\tau = 0{,}10$ s :

Position	M_0	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5
x (cm)	0	9,5	18,0	25,5	32,0	37,5

a) Calculer les valeurs approchées des vitesses v_1, v_2, v_3 et v_4.

b) Calculer a_2 et a_3, puis caractériser le mouvement.

c) Un logiciel modélise les points par $x(t) = -0{,}50\,t^2 + 1{,}0\,t$ (x en m, t en s). Montrer que ce modèle est cohérent avec les résultats précédents.

d) Compléter la ligne du programme Python qui calcule les accélérations, `ax.append((vx[k+1] - vx[k-1]) / ...)`, puis déterminer la date à laquelle le chariot s'arrêterait si le freinage se poursuivait ainsi.

Exercice 5 – Quatre affirmations à examiner ★★★ *(4 pts)*

Pour chaque affirmation, dire si elle est exacte ou fausse, et justifier avec une relation du cours et un exemple chiffré.

a) « Une voiture qui roule à $108\ \text{km·h}^{-1}$ constants a une accélération nulle. »

b) « La valeur de la vitesse d'un point est la dérivée par rapport au temps de sa distance OM à l'origine. »

c) « Un mobile dont la vitesse est nulle à un instant a une accélération nulle à cet instant. »

d) « En ligne droite, un mobile dont la coordonnée a_x est négative ralentit forcément. »

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).