Corrigé et barème – Mouvement : vecteurs position, vitesse et accélération

Vecteurs position, vitesse et accélération d'un point et leurs coordonnées cartésiennes obtenues en dérivant ; mouvements rectilignes uniforme et uniformément accéléré ; mouvement circulaire, uniforme ou non, dans le repère de Frenet ; exploitation d'une vidéo ou d'une chronophotographie et vecteurs accélération tracés en Python.

Durée : 90 min – Calculatrice autorisée – Sur 20 points · Spe-physique-chimie Terminale

Exercice 1 – Un robot d'entrepôt ★★★ *(4 pts)*

a) $v_x(t) = 0{,}10\,t$ et $v_y(t) = 1{,}2 - 0{,}20\,t$ (0,5 pt) ; $a_x = 0{,}10$ m·s^{-2} et $a_y = -0{,}20$ m·s^{-2} ne dépendent pas de t : le vecteur est constant, $a = \sqrt{0{,}10^2 + 0{,}20^2} = \sqrt{0{,}050} \approx \mathbf{0{,}22\ m\cdot s^{-2}}$ (0,5 pt). (1)

b) $v_x = 0{,}80$ m·s^{-1} et $v_y = 1{,}2 - 1{,}6 = -0{,}40$ m·s^{-1} : coordonnée négative, le robot revient vers l'axe Ox (0,5 pt) ; $v = \sqrt{0{,}80^2 + (-0{,}40)^2} = \sqrt{0{,}80} \approx \mathbf{0{,}89\ m\cdot s^{-1}}$, positive (0,5 pt). (1)

c) À $t = 0$, $\vec{v}$ a pour coordonnées $(0\,;1{,}2)$: il est parallèle à Oy ; à 8,0 s, $(0{,}80\,;-0{,}40)$: il ne l'est plus (0,5 pt). Le vecteur vitesse, tangent à la trajectoire, a changé de direction : la trajectoire est courbe. Un vecteur accélération constant ne donne une droite que s'il est colinéaire à la vitesse initiale, ce qui n'est pas le cas ici (0,5 pt). (1)

d) $v_y(6{,}0) = 0$ et $v = v_x = 0{,}60$ m·s^{-1} ; $v^2 = (0{,}10\,t)^2 + (1{,}2 - 0{,}20\,t)^2 = 0{,}050\,t^2 - 0{,}48\,t + 1{,}44$ (0,5 pt). Sa dérivée $0{,}10\,t - 0{,}48$ s'annule à $t = 4{,}8$ **s** : $v^2 = 0{,}288$ et $v \approx \mathbf{0{,}54\ m\cdot s^{-1}}$, moins que 0,60 : l'élève a tort. À 4,8 s, $a_x v_x + a_y v_y = 0{,}10 \times 0{,}48 - 0{,}20 \times 0{,}24 = 0$: $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{v}$ (0,5 pt). (1)

Le point clé — Une coordonnée négative se met au carré ; un vecteur accélération constant n'oblige pas la trajectoire à être droite ; la vitesse est minimale quand $\vec{a}$ est perpendiculaire à $\vec{v}$.

Exercice 2 – Freinage d'urgence d'un bus ★★★ *(4 pts)*

a) $50{,}4 \div 3{,}6 = \mathbf{14\ m\cdot s^{-1}}$ et $14 \times 1{,}0 = \mathbf{14\ m}$ pendant la réaction (0,5 pt) ; $v_x(t) = -2{,}0\,t + 14$ et $x(t) = -1{,}0\,t^2 + 14\,t$; $v_x > 0$ et $a_x < 0$: signes contraires, la valeur de la vitesse diminue (0,5 pt). (1)

b) $v_x = 0$ pour $t = 14 \div 2{,}0 = \mathbf{7{,}0\ s}$; $x(7{,}0) = -49 + 98 = \mathbf{49\ m}$ (0,5 pt) ; distance d'arrêt $14 + 49 = \mathbf{63\ m}$, plus que 60 m : le bus ne s'arrête pas à temps (0,5 pt). (1)

c) L'obstacle est à $60 - 14 = 46$ m du début du freinage : $-t^2 + 14\,t = 46$, soit $t^2 - 14\,t + 46 = 0$, $\Delta = 12$, $t = 7{,}0 \pm \sqrt{3}$. La racine 8,73 s dépasse 7,0 s (le bus serait déjà arrêté) : $t \approx 5{,}27$ **s** (0,5 pt) ; $v_x = 14 - 2{,}0 \times 5{,}27 \approx 3{,}46$ m·s^{-1}, soit $\mathbf{12{,}5\ km\cdot h^{-1}}$ (0,5 pt). (1)

d) Le freinage dure $\dfrac{v_0}{2{,}0}$ et $x = -\left(\dfrac{v_0}{2{,}0}\right)^2 + v_0 \times \dfrac{v_0}{2{,}0} = \dfrac{v_0^2}{4{,}0}$ (0,5 pt) ; $v_0 \times 1{,}0 + \dfrac{v_0^2}{4{,}0} = 60$, soit $v_0^2 + 4{,}0\,v_0 - 240 = 0$: racine positive $v_0 = \dfrac{-4{,}0 + \sqrt{976}}{2} \approx 13{,}6$ m·s^{-1}, soit $\mathbf{49{,}0\ km\cdot h^{-1}}$: 1,4 km·h^{-1} de moins suffisait (0,5 pt). (1)

Le point clé — Signes contraires de v_x et a_x : le mobile ralentit ; une équation du second degré a deux racines, on garde celle qui a un sens physique.

Exercice 3 – Une centrifugeuse d'entraînement ★★ *(4 pts)*

a) $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\,\vec{u_t} + \dfrac{v^2}{R}\,\vec{u_n}$; rotation régulière : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R}\,\vec{u_n}$, vers le centre (0,5 pt) ; $a = 6 \times 9{,}81 = 58{,}86$ $\mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $v = \sqrt{a\,R} = \sqrt{58{,}86 \times 8{,}0} \approx \mathbf{21{,}7\ m\cdot s^{-1}}$ (0,5 pt). (1)

b) $T = \dfrac{2\pi R}{v} \approx \dfrac{2\pi \times 8{,}0}{21{,}7} \approx \mathbf{2{,}32\ s}$ (0,5 pt) ; $60 \div 2{,}32 \approx \mathbf{25{,}9\ tours\ par\ minute}$ (0,5 pt). (1)

c) $a = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{4\pi^2 R}{T^2}$, donc $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{R}{a}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{4{,}0}{58{,}86}} \approx 1{,}64$ s, soit **36,6 tours par minute** (0,5 pt). C'est $\sqrt{2} \approx 1{,}41$ fois plus, pas 2 fois : l'élève a tort ; à 51,8 tours par minute avec $R = 4{,}0$ m, l'accélération atteindrait $12\,g$ (0,5 pt). (1)

d) $a_t = 1{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $a_n = \dfrac{6{,}0^2}{8{,}0} = 4{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $a = \sqrt{1{,}5^2 + 4{,}5^2} = \sqrt{22{,}5} \approx \mathbf{4{,}74\ m\cdot s^{-2}}$ (0,5 pt) ; $a_t \neq 0$: le vecteur n'est pas dirigé vers le centre, il penche vers l'avant (0,5 pt). (1)

Le point clé — En virage, $a_n = v^2/R$ existe même à vitesse constante ; à période fixée, $a = 4\pi^2 R/T^2$: proportionnelle à R, pas à R^2.

Exercice 4 – Chronophotographie d'un chariot freiné ★★ *(4 pts)*

a) Sur $2\tau = 0{,}20$ s : $v_1 = \dfrac{0{,}180}{0{,}20} = 0{,}90\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $v_2 = \dfrac{0{,}255 - 0{,}095}{0{,}20} = 0{,}80\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (0,5 pt) ; $v_3 = \dfrac{0{,}320 - 0{,}180}{0{,}20} = 0{,}70\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $v_4 = \dfrac{0{,}375 - 0{,}255}{0{,}20} = 0{,}60\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ (0,5 pt). (1)

b) $a_2 = \dfrac{0{,}70 - 0{,}90}{0{,}20} = -1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ et $a_3 = \dfrac{0{,}60 - 0{,}80}{0{,}20} = -1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ (0,5 pt) ; accélération constante, colinéaire à la trajectoire et de signe contraire à v_x : mouvement rectiligne uniformément accéléré, la vitesse diminuant (0,5 pt). (1)

c) $v_x(t) = -1{,}0\,t + 1{,}0$, donc $v_x(0{,}10) = 0{,}90\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, comme v_1 (0,5 pt) ; $a_x = -1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, comme a_2 et a_3 (0,5 pt). (1)

d) `/ (2*tau)` : les deux vitesses sont séparées de 2τ (0,5 pt) ; $v_x = 0$ pour $t = 1{,}0$ **s** (0,5 pt). (1)

Le point clé — Vitesses sur 2τ, puis accélérations sur 2τ : on perd deux positions à chaque bout du relevé.

Exercice 5 – Quatre affirmations à examiner ★★★ *(4 pts)*

a) Fausse en général (0,5 pt) : dans un virage de rayon 360 m, $v = 108 \div 3{,}6 = 30\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $a = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{900}{360} = 2{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$; elle n'est exacte qu'en ligne droite (0,5 pt). (1)

b) Fausse (0,5 pt) : un point d'une roue de rayon 0,30 m qui tourne régulièrement à $1{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ autour de son axe O reste à $OM = 0{,}30$ m ; la dérivée de OM est nulle, alors que $v = 1{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. La valeur de la vitesse est la norme de la dérivée du vecteur $\overrightarrow{OM}$: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ (0,5 pt). (1)

c) Fausse (0,5 pt) : avec $x(t) = 2{,}0\,t^2 - 8{,}0\,t$, $v_x = 4{,}0\,t - 8{,}0$ s'annule à $t = 2{,}0$ s, mais $a_x = 4{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$ à toute date : le mobile s'arrête un instant puis repart en sens inverse (0,5 pt). (1)

d) Fausse (0,5 pt) : tout dépend du signe de v_x. Avec $v_x = -4{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ et $a_x = -1{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, les signes sont les mêmes : la vitesse augmente (0,5 pt). (1)

Le point clé — Accélération nulle seulement si le vecteur vitesse ne change ni de valeur ni de direction ; un arrêt d'un instant ne l'annule pas.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).