Satellites et planètes : mouvement circulaire et lois de Kepler

Fiche méthode

(Physique-chimie Tle spécialité · Mouvement et interactions · Mouvement dans un champ de gravitation)

La démarche pour étudier un mouvement autour d'un astre

1. Je fixe le cadre : système, référentiel lié au centre de l'astre attracteur (géocentrique, héliocentrique…), supposé galiléen.

2. Je fais le bilan des forces : la seule attraction de l'astre, $F = G\dfrac{m\,M}{r^2}$, avec $r = R + h$ en mètres.

3. J'applique la deuxième loi de Newton : $\vec{a} = \vec{\mathcal{G}}$, puis, sur un cercle, Frenet : mouvement uniforme et $v = \sqrt{\dfrac{GM}{r}}$.

4. J'utilise la troisième loi de Kepler : $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM}$ (SI) pour une période, un rayon ou une masse ; sur une ellipse, a remplace r.

5. Je contrôle : unités, ordre de grandeur, masse du satellite absente du résultat, orbite circulaire ou elliptique.

Le réflexe — une seule force, centripète : $\vec{a} = \vec{\mathcal{G}}$, puis $v = \sqrt{GM/r}$ et $T^2/r^3 = 4\pi^2/(GM)$.

Cas 1 · Calculer un champ de gravitation

Réflexe — $\mathcal{G} = G\dfrac{M}{r^2}$ avec $r = R + h$, et $a = \mathcal{G}$.

Exemple. Champ terrestre à 1 000 km d'altitude ?

$r = 7{,}38 \times 10^{6}$ m : $\mathcal{G} = \dfrac{3{,}98 \times 10^{14}}{(7{,}38 \times 10^{6})^2} \approx$ **7,31 N·kg⁻¹**.

Attention — ajouter le rayon de l'astre à l'altitude, et tout convertir en mètres.

Cas 2 · Calculer la vitesse d'un satellite

Réflexe — Frenet : $\dfrac{v^2}{r} = G\dfrac{M}{r^2}$, donc $v = \sqrt{\dfrac{GM}{r}}$.

Exemple. Satellite à 2 000 km d'altitude : vitesse ?

$r = 8{,}38 \times 10^{6}$ m : $v = \sqrt{\dfrac{3{,}98 \times 10^{14}}{8{,}38 \times 10^{6}}} \approx$ **6,89 km·s⁻¹**.

Attention — vitesse de valeur constante, mais accélération centripète non nulle.

Cas 3 · Utiliser la troisième loi de Kepler

Réflexe — $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM}$ en SI ; $M = \dfrac{4\pi^2 r^3}{G\,T^2}$.

Exemple. Deimos tourne autour de Mars en 30,3 h, à 23 460 km du centre. Masse de Mars ?

$T = 1{,}091 \times 10^{5}$ s : $M = \dfrac{4\pi^2 \times (2{,}346 \times 10^{7})^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (1{,}091 \times 10^{5})^2} \approx$ **6,42 × 10²³ kg**.

Attention — même astre central seulement ; T en secondes.

Cas 4 · Étudier un satellite géostationnaire

Réflexe — circulaire, équatorial, d'ouest en est, $T = 86\,164$ s.

Exemple. Vitesse d'un satellite géostationnaire (r = 42 140 km) ?

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 4{,}214 \times 10^{7}}{86\,164} \approx \textbf{3,07 km·s⁻¹}$$, bien moins qu'en orbite basse.

Attention — jour sidéral (86 164 s), pas 24 h ; jamais au-dessus de la France.

Cas 5 · Exploiter les lois de Kepler sur une ellipse

Réflexe — $a = \dfrac{r_p + r_a}{2}$; $r_p\, v_p = r_a\, v_a$; $T = a^{3/2}$ (ans, ua).

Exemple. Cérès a un demi-grand axe de 2,77 ua. Période ?

$T = 2{,}77^{1{,}5} \approx$ **4,61 ans**.

Attention — Soleil au foyer ; $v = \sqrt{GM/r}$ ne vaut pas sur une ellipse.

Cas 6 · Tester les lois de Kepler en Python

Réflexe — T^2 en fonction de a^3 : droite par l'origine ; aire $\frac{1}{2}|x_1 y_2 - x_2 y_1|$.

Exemple. Positions (2,0 ; 0) puis (1,9 ; 0,5), en ua. Aire balayée ?

$$A = \frac{1}{2}\,|2{,}0 \times 0{,}5 - 1{,}9 \times 0| = \textbf{0,50 ua²}$$, à comparer aux autres intervalles.

Attention — puissance `**` ; `a**1.5`, pas `a**3/2`.

Les pièges

- Prendre l'altitude h au lieu de la distance au centre $r = R + h$.
- Croire qu'une vitesse de valeur constante signifie qu'aucune force n'agit, ou que l'astronaute flotte parce que la gravitation a disparu.
- Utiliser 24 h au lieu du jour sidéral (86 164 s) pour un satellite géostationnaire.
- Appliquer $v = \sqrt{GM/r}$ sur une orbite elliptique, ou placer le Soleil au centre de l'ellipse.
- Comparer avec la troisième loi deux corps qui ne tournent pas autour du même astre, ou laisser T en jours dans une formule SI.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).