Devoir surveillé – Satellites et planètes : mouvement circulaire et lois de Kepler

Champ de gravitation d'un astre et choix du référentiel ; mouvement circulaire uniforme d'un satellite, vecteurs vitesse et accélération ; période de révolution et troisième loi de Kepler ; satellite géostationnaire ; les trois lois de Kepler sur une orbite elliptique ; données astronomiques et satellitaires testées en Python.

Durée : 120 min – Calculatrice autorisée – Sur 20 points · Spécialité Physique-Chimie Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Un satellite d'observation ★★ *(4 pts)*

Un satellite d'observation décrit une orbite circulaire à l'altitude $h = 1\,340$ km. On l'étudie dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen ; il n'est soumis qu'à l'attraction de la Terre. Données : $R_T = 6\,380$ km ; $G\,M_T = 3{,}98 \times 10^{14}$ m$^3\cdot$s^{-2} ; 1 jour $= 86\,400$ s.

a) Calculer la valeur du champ de gravitation terrestre à l'altitude du satellite, puis en déduire, en justifiant, la valeur et le sens de son accélération.

b) À l'aide du repère de Frenet, montrer que le mouvement du satellite est uniforme et que la valeur de sa vitesse s'écrit $v = \sqrt{\dfrac{G\,M_T}{r}}$.

c) Calculer la valeur de cette vitesse.

d) Calculer la période de révolution du satellite, en heures et minutes. À quelle altitude faudrait-il le placer pour que sa période vaille 2 h 30 min ?

Exercice 2 – Uranus et ses satellites Titania et Obéron ★★ *(4 pts)*

Uranus décrit autour du Soleil une orbite de demi-grand axe 19,2 ua. Ses satellites Titania et Obéron décrivent des orbites quasi circulaires : Titania de rayon $4{,}36 \times 10^{8}$ m en 8,71 jours, Obéron de rayon $5{,}84 \times 10^{8}$ m. Données : pour le système solaire, $\dfrac{T^2}{a^3} = 1$ en années et en ua ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3\cdot$kg$^{-1}\cdot$s^{-2} ; $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; 1 jour $= 86\,400$ s.

a) Calculer la période de révolution d'Uranus autour du Soleil, en années.

b) Sans utiliser la masse d'Uranus, calculer la période de révolution d'Obéron, en jours. Justifier la méthode.

c) Établir l'expression de la masse d'Uranus en fonction du rayon r et de la période T de l'orbite de Titania, puis la calculer.

d) Combien de fois Uranus est-elle plus massive que la Terre ? Calculer la vitesse orbitale de Titania.

Exercice 3 – Phobos et l'orbite aréostationnaire ★★★ *(4 pts)*

Mars a pour masse $M = 6{,}42 \times 10^{23}$ kg et pour rayon $R = 3\,390$ km ; elle fait un tour sur elle-même, par rapport aux étoiles lointaines, en 88 642 s (24 h 37 min 22 s). Son satellite Phobos décrit, dans le plan de l'équateur martien et dans le sens de rotation de Mars, une orbite quasi circulaire de rayon $r = 9\,380$ km. On travaille dans le référentiel « marsocentrique », supposé galiléen ; $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m$^3\cdot$kg$^{-1}\cdot$s^{-2}.

a) Montrer que la valeur de la vitesse de Phobos ne dépend pas de sa masse, puis la calculer.

b) Calculer la période de révolution de Phobos, en heures et minutes.

c) Comparer cette période à la durée de rotation de Mars. Un observateur posé sur l'équateur martien voit-il Phobos se lever à l'est ou à l'ouest ? Justifier.

d) Un satellite « aréostationnaire » resterait à la verticale d'un même point de Mars. Préciser les conditions que doit vérifier son orbite, puis calculer son rayon et son altitude.

Exercice 4 – Une orbite elliptique ★★★ *(4 pts)*

Un satellite décrit autour de la Terre une orbite elliptique dont le périgée est à 6 700 km et l'apogée à 26 800 km du centre de la Terre. Donnée : $G\,M_T = 3{,}98 \times 10^{14}$ m$^3\cdot$s^{-2}.

a) Calculer le demi-grand axe de cette orbite.

b) Calculer la période de révolution du satellite et l'exprimer en heures.

c) Déterminer le rapport des valeurs de la vitesse au périgée et à l'apogée, en précisant la loi utilisée.

d) Un élève écrit : « la vitesse du satellite vaut $\sqrt{GM_T/r}$ en tout point de l'ellipse, et le mouvement est uniforme ». Expliquer l'erreur, puis dire si la deuxième loi de Newton reste applicable.

Exercice 5 – Quatre affirmations à examiner ★★★ *(4 pts)*

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, en justifiant par un calcul ou un raisonnement. Données : $G\,M_T = 3{,}98 \times 10^{14}$ m$^3\cdot$s^{-2} ; $R_T = 6\,380$ km.

a) « Entre le sol et l'altitude de 20 000 km, le champ de gravitation terrestre peut être considéré comme uniforme. »

b) « Un programme Python affiche une valeur de T**2 / a**3 proche de 1 pour chaque planète du système solaire, avec T en années et a en ua : cela prouve que leurs orbites sont des cercles. »

c) « Deux satellites de Jupiter ont des périodes de révolution dans le rapport 27 : leurs rayons d'orbite sont donc dans le rapport 27. »

d) « Un satellite en orbite circulaire à 300 km d'altitude a une vitesse inférieure à 8 km$\cdot$s^{-1}. »

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).