Écoulement d'un fluide : débit et relation de Bernoulli

Fiche méthode

(Physique-chimie Tle spécialité · Mouvement et interactions · Modéliser l'écoulement d'un fluide)

La démarche pour un exercice de mécanique des fluides

1. Je fixe le modèle : système et référentiel terrestre pour une poussée ; fluide incompressible, écoulement permanent, fluide parfait pour un débit ou Bernoulli.

2. Je convertis en SI : $\text{cm}^3 \to 10^{-6}\ \text{m}^3$, $\text{L} \to 10^{-3}\ \text{m}^3$, mm → m, min → 60 s, bar → 10^5 Pa, kPa → 10^3 Pa.

3. Je choisis la relation : $\Pi = \rho_{\text{fluide}} V_{\text{imm}} g$ et l'équilibre $\Pi = P$; $D_V = Sv$ et $S_A v_A = S_B v_B$; Bernoulli entre deux points bien choisis.

4. Je résous littéralement, puis je fais l'application numérique avec le bon nombre de chiffres significatifs.

5. Je contrôle : sens physique (la vitesse augmente au rétrécissement, la pression baisse en montant), ordre de grandeur, hypothèses vérifiées.

Le réflexe — la poussée se calcule avec le fluide et le volume immergé ; la vitesse se relie au débit par la section ; la pression se relie à la vitesse et à l'altitude par Bernoulli.

Cas 1 · Calculer une poussée d'Archimède

Réflexe — $\Pi = \rho_{\text{fluide}}\, V_{\text{imm}}\, g$, volume en m^3 ; au dynamomètre, $\Pi = P - P_{\text{app}}$.

Exemple. Une ancre de volume 2,4 L, entièrement plongée dans l'eau de mer (1 025 $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$).

$\Pi = 1\,025 \times 2{,}4 \times 10^{-3} \times 9{,}81 \approx$ **24,1 N**, verticale vers le haut.

Attention — masse volumique du fluide, pas du corps.

Cas 2 · Flotter : équilibre et charge maximale

Réflexe — $\Pi = P$; $\dfrac{V_{\text{imm}}}{V} = \dfrac{\rho_{\text{corps}}}{\rho_{\text{fluide}}}$; charge maximale quand $V_{\text{imm}} = V$.

Exemple. Un radeau de polystyrène de 0,060 m^3 ($\rho = 30\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) sur l'eau douce : charge maximale.

À la limite, $\rho_{\text{eau}}\, V g = (\rho_{\text{p}}\, V + m)\, g$, d'où $m = (1\,000 - 30) \times 0{,}060 \approx$ **58,2 kg**.

Attention — fraction immergée $= \rho_{\text{corps}}/\rho_{\text{fluide}}$; l'émergée est le complément.

Cas 3 · Débit et conservation du débit

Réflexe — $D_V = \dfrac{V}{\Delta t} = S\,v$ avec $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$; $v_B = v_A \left(\dfrac{d_A}{d_B}\right)^2$.

Exemple. La pompe d'une piscine débite 9,0 $\text{m}^3\cdot\text{h}^{-1}$ dans un tuyau de 50 mm de diamètre intérieur : vitesse de l'eau.

$D_V = \dfrac{9{,}0}{3\,600} = 2{,}5 \times 10^{-3}\ \text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$; $S = \dfrac{\pi \times 0{,}050^2}{4} = 1{,}96 \times 10^{-3}\ \text{m}^2$; $v = \dfrac{D_V}{S} \approx$ **1,27 m·s⁻¹**.

Attention — diamètre ÷ 2 ⇒ vitesse × 4.

Cas 4 · Appliquer la relation de Bernoulli

Réflexe — hypothèses, deux points, $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z$ en chacun, simplifications, calcul littéral.

Exemple. Eau en A : $3{,}0 \times 10^5$ Pa, 2,0 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. En B, 4,0 m plus haut, elle circule à 5,0 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pression en B ?

$P_B = P_A + \frac{1}{2}\rho\,(v_A^2 - v_B^2) - \rho g\,(z_B - z_A) = 3{,}0 \times 10^5 - 10\,500 - 39\,240 \approx 2{,}50 \times 10^5$ **Pa**.

Attention — ne pas oublier le terme $\rho g z$ quand les altitudes diffèrent.

Cas 5 · Vidange : formule de Torricelli

Réflexe — A surface libre, B jet, tous deux à P_{atm} : $v = \sqrt{2gh}$, puis $D_V = s\,v$.

Exemple. Robinet de diamètre 15 mm, 1,2 m sous la surface libre d'une grande cuve.

$$v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 1{,}2} \approx \mathbf{4{,}85\ m\cdot s^{-1}}\ ;\ D_V = \frac{\pi \times 0{,}015^2}{4} \times v \approx \mathbf{51{,}4\ L\cdot min^{-1}}.$$

Attention — h se mesure depuis la surface libre ; v ne dépend pas de ρ.

Cas 6 · Effet Venturi, tube de Pitot

Réflexe — $P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho\,(v_B^2 - v_A^2)$; $v = \sqrt{\dfrac{2\,(P_t - P_s)}{\rho}}$.

Exemple. Eau à 0,45 m·s⁻¹ dans une conduite horizontale de 30 mm qui se rétrécit à 12 mm : baisse de pression.

$$v_B = 0{,}45 \times \left(\frac{30}{12}\right)^2 = 2{,}81\ \text{m·s}^{-1}\ ;\ P_A - P_B = 500 \times (2{,}81^2 - 0{,}45^2) \approx 3{,}85 \times 10^3\ \mathbf{Pa}.$$

Attention — soustraire les carrés des vitesses ; pas de « compression » au col.

Les pièges

- Calculer la poussée avec la masse volumique du corps ou avec son volume total alors qu'il flotte.
- Utiliser le rayon au lieu du diamètre dans $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$, ou oublier le carré du rapport des diamètres.
- Oublier de convertir : un débit en L·min⁻¹ se divise par 60 000 pour passer en m³·s⁻¹.
- Oublier le terme d'altitude $\rho g z$: environ 10 kPa par mètre pour l'eau.
- Appliquer Bernoulli à un fluide visqueux, à un gaz rapide, ou de part et d'autre d'une pompe.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).