

Corrigé et barème – Modéliser l'écoulement d'un fluide

Poussée d'Archimède, débit volumique, conservation du débit, relation de Bernoulli et applications
(thème Mouvement et interactions)

Durée : 120 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Physique-Chimie Terminale

Exercice 1 – Un ballon-sonde

(4 pts)

- $\Pi = \rho_{\text{air}} V g = 1,22 \times 5,2 \times 9,81 \rightarrow \Pi = 62,2 \text{ N}$, verticale vers le haut. (1)
- $P = (3,1 + 0,17 \times 5,2) \times 9,81 = 3,98 \times 9,81 \rightarrow P = 39,1 \text{ N}$. (1)
- Décollage si $\Pi > (m_{\text{tot}} + m_{\text{sup}}) g$: $m_{\text{sup}} < (\rho_{\text{air}} - \rho_{\text{He}}) V - 3,1 = 5,46 - 3,1 \rightarrow m_{\text{max}} = 2,36 \text{ kg}$. (1)
- La poussée est le poids du fluide **déplacé**, c'est-à-dire de l'air extérieur ; l'hélium fait partie du système et n'intervient que dans son poids. (1)

Erreur fréquente — La poussée d'Archimède se calcule avec la masse volumique du fluide environnant, jamais avec celle du corps ou de son contenu.

Exercice 2 – Réseau d'irrigation

(4 pts)

- $S = \frac{\pi \times 0,063^2}{4} = 3,12 \times 10^{-3} \text{ m}^2$; $v = \frac{D_V}{S} = \frac{4,6 \times 10^{-3}}{3,12 \times 10^{-3}} \rightarrow v = 1,48 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. (1)
- $d = \sqrt{\frac{4 D_V}{\pi v}} = \sqrt{\frac{4 \times 4,6 \times 10^{-3}}{\pi \times 0,70}} \rightarrow d_{\text{min}} = 91,5 \text{ mm}$. (1)
- Eau incompressible, écoulement permanent : $D_V = 6 D_r$, donc $D_r = 7,67 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$; $S_r = 5,31 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \rightarrow v_r = 1,44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. (1)
- $V = D_V \Delta t = 4,6 \times 10^{-3} \times 5\,400 \rightarrow V = 24,8 \text{ m}^3$. (1)

Repère — À débit fixé, la vitesse est inversement proportionnelle au carré du diamètre : diviser la vitesse par 2 impose un diamètre $\sqrt{2}$ fois plus grand.

Exercice 3 – Effet Venturi

(4 pts)

- $v_B = v_A \left(\frac{d_A}{d_B} \right)^2 = 0,75 \times \left(\frac{50}{28} \right)^2 = 0,75 \times 3,19 \rightarrow v_B = 2,39 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. (1)
- $z_A = z_B$: $P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho (v_B^2 - v_A^2) = 500 \times (5,72 - 0,563) \rightarrow P_A - P_B = 2,58 \times 10^3 \text{ Pa}$. (1)
- Statique : $\Delta h = \frac{P_A - P_B}{\rho g} = \frac{2\,579}{9\,810} \rightarrow \Delta h = 26,3 \text{ cm}$; le niveau le plus haut est au-dessus de A (pression plus forte). (1)
- Les deux vitesses doublent, leurs carrés sont multipliés par 4 : $P_A - P_B$ et donc Δh sont **multipliés par 4** (environ 105 cm). (1)

Le point clé — Au rétrécissement, la vitesse augmente et la pression diminue ; l'écart de pression varie comme le carré du débit.

Exercice 4 – Vidange d'un tonneau**(4 pts)**

- a) Fluide parfait, incompressible, écoulement quasi permanent, $v_{\text{surface}} \approx 0$; Bernoulli surface $\rightarrow$ jet, tous deux à P_{atm} : $\rho gh = \frac{1}{2} \rho v^2$, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \times 0,62} \rightarrow v = 3,49 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. (1)
- b) $S = \frac{\pi \times 0,013^2}{4} = 1,33 \times 10^{-4} \text{ m}^2$; $D_V = S v = 4,63 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow D_V = 27,8 \text{ L}\cdot\text{min}^{-1}$. (1)
- c) $v_s = v \left(\frac{13}{580} \right)^2 = 3,49 \times 5,02 \times 10^{-4} \rightarrow v_s = 1,75 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; v_s^2 est négligeable devant v^2 : l'hypothèse $v_{\text{surface}} \approx 0$ est justifiée. (1)
- d) $v = \sqrt{2gh}$ diminue quand h diminue, donc le débit aussi. Tonneau fermé : aucun air n'entre, la pression au-dessus du liquide chute sous P_{atm} ; dès que $P_{\text{haut}} + \rho gh = P_{\text{atm}}$, **la vitesse s'annule**. (1)

À retenir — La formule de Torricelli suppose la pression atmosphérique à la surface libre comme au jet : sans entrée d'air, elle ne s'applique plus.

Exercice 5 – Alimentation d'une douche**(4 pts)**

- a) Fluide parfait (frottements négligés), incompressible, écoulement permanent, A et B sur une même ligne de courant sans pompe entre eux. (1)
- b) Conservation du débit : $v_B = 0,92 \times \left(\frac{33}{17} \right)^2 = 0,92 \times 3,77 \rightarrow v_B = 3,47 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. (1)
- c) $P_B = P_A + \frac{1}{2} \rho (v_A^2 - v_B^2) - \rho g z_B = 3,4 \times 10^5 - 5,59 \times 10^3 - 6,67 \times 10^4 \rightarrow P_B = 2,68 \times 10^5 \text{ Pa}$. (1)
- d) Il a oublié le terme $\rho g (z_B - z_A) = 6,67 \times 10^4 \text{ Pa}$; or monter de 6,8 m doit faire baisser nettement la pression (environ 0,67 bar), comme en statique des fluides. (1)

Attention — Dès que les altitudes diffèrent, le terme $\rho g z$ est indispensable : pour l'eau, environ 0,1 bar de moins par mètre de montée.