Corrigé et barème – Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

Deuxième loi de Newton, centre de masse et référentiel galiléen ; chute libre et mouvement plan ; équations horaires d'une chute verticale et d'un tir, équation de la trajectoire, sommet, flèche et portée ; conservation de l'énergie mécanique ; étude d'un mouvement filmé et énergies tracées en Python.

Durée : 90 min – Calculatrice autorisée – Sur 20 points · Spe-physique-chimie Terminale

Exercice 1 – Deux pierres tombent d'un pont ★★★ *(4 pts)*

a) Système {pierre}, référentiel terrestre supposé galiléen ; l'air étant négligé, le poids est la seule force : chute libre (0,5 pt). $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$, donc $\vec{a} = \vec{g}$: verticale, vers le bas, de valeur 9,81 m·s^{-2}, constante (0,5 pt). (1)

b) $a_z = -9{,}81$, $v_z(0) = 0$ et $z(0) = 33{,}0$ m donnent $v_z = -9{,}81\,t$ puis $z(t) = -4{,}905\,t^2 + 33{,}0$ (0,5 pt). $z = 0$: $t_c = \sqrt{\dfrac{33{,}0}{4{,}905}} \approx \mathbf{2{,}59\ s}$ (0,5 pt). (1)

c) $v = 9{,}81 \times 2{,}594 \approx \mathbf{25{,}4\ m\cdot s^{-1}}$ (0,5 pt). Énergie mécanique conservée : $v = \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 33{,}0} \approx \mathbf{25{,}4\ m\cdot s^{-1}}$, sans passer par la durée (0,5 pt). (1)

d) Axe vers le haut, lancer vers le bas : $v_{0z} < 0$ (0,5 pt). Dates comptées depuis le lancer de la seconde pierre : $z_2(t') = -4{,}905\,t'^2 + v_{0z}\,t' + 33{,}0$, qui doit s'annuler pour $t' = 2{,}594 - 1{,}00 = 1{,}594$ s : $v_{0z} = \dfrac{4{,}905 \times 1{,}594^2 - 33{,}0}{1{,}594} \approx -12{,}9$ m·s^{-1}, soit une vitesse de lancement de $\mathbf{12{,}9\ m\cdot s^{-1}}$ (0,5 pt). (1)

Le point clé — Deux primitives et les conditions initiales : la masse n'intervient jamais, mais le signe de v_{0z} dépend de l'orientation de l'axe.

Exercice 2 – Un verre quitte le bord d'une table ★★ *(4 pts)*

a) Chute libre : $a_x = 0$ et $a_z = -9{,}81$ m·s^{-2} ; $v_x(0) = 2{,}60$ m·s^{-1}, $v_z(0) = 0$, $x(0) = z(0) = 0$ (0,5 pt). D'où $x(t) = 2{,}60\,t$ et $z(t) = -4{,}905\,t^2$ (0,5 pt). (1)

b) Impact pour $z = -0{,}92$ m : $t_c = \sqrt{\dfrac{0{,}92}{4{,}905}} \approx \mathbf{0{,}433\ s}$, la même durée que pour un verre lâché du bord (0,5 pt). $x = 2{,}60 \times 0{,}433 \approx \mathbf{1{,}13\ m}$ du pied de la table (0,5 pt). (1)

c) $t = \dfrac{x}{2{,}60}$ reporté dans z : $z = -0{,}726\,x^2$, portion de parabole tournée vers le bas, de sommet le bord de la table (0,5 pt). À la date 0,30 s : $z = -4{,}905 \times 0{,}30^2 \approx -0{,}44$ m ; à $x = 0{,}30$ m : $z = -0{,}726 \times 0{,}30^2 \approx -0{,}065$ m. Deux valeurs différentes (à 0,30 s, le verre est déjà à 0,78 m du bord) : $z(t)$ et $z(x)$ ne sont pas la même fonction (0,5 pt). (1)

d) La durée de chute ne dépend pas de la vitesse horizontale : toujours 0,433 s (0,5 pt). Il faut $v_0 \times 0{,}433 \geqslant 1{,}50$, soit $v_0 \geqslant \mathbf{3{,}46\ m\cdot s^{-1}}$ (0,5 pt). (1)

Le point clé — La durée de chute ne dépend que du mouvement vertical : la vitesse horizontale ne fait que décaler le point d'impact.

Exercice 3 – Retrouver un tir oblique ★★ *(4 pts)*

a) Chute libre : $\vec{a} = \vec{g}$, vertical, donc $a_x = 0$, $v_x = v_{0x}$ constante et $x(t) = v_{0x}\,t$ (0,5 pt). $v_{0x} = \dfrac{25{,}3}{2{,}01} \approx$ **12,6 m·s⁻¹** (0,5 pt). (1)

b) $z(t) = -4{,}905\,t^2 + v_{0z}\,t$ (0,5 pt). $z(T) = 0$ avec $T \neq 0$: $-\dfrac{1}{2}g\,T + v_{0z} = 0$, d'où $v_{0z} = \dfrac{9{,}81 \times 2{,}01}{2} \approx$ **9,86 m·s⁻¹** (0,5 pt). (1)

c) $v_0 = \sqrt{12{,}59^2 + 9{,}859^2} \approx$ **16,0 m·s⁻¹** (0,5 pt) ; $\tan\alpha = \dfrac{9{,}859}{12{,}59}$, $\alpha \approx 38^\circ$ (0,5 pt). (1)

d) Au sommet $v_z = 0$: $h = \dfrac{v_{0z}^2}{2g} = \dfrac{9{,}859^2}{2 \times 9{,}81} \approx$ **4,95 m** (0,5 pt). Retour à l'altitude de départ : même énergie potentielle, donc même énergie cinétique, $v = v_0 \approx 16{,}0$ **m·s⁻¹** (0,5 pt). (1)

Le point clé — La portée et la durée suffisent : le mouvement horizontal donne v_{0x}, le retour au sol $z(T) = 0$ donne v_{0z}.

Exercice 4 – Un lancer filmé ★★★ *(4 pts)*

a) $v_{0x} = 3{,}20$ m·s⁻¹ et $v_{0z} = 4{,}50$ m·s⁻¹ (coefficients de t) (0,5 pt) ; $v_0 = \sqrt{3{,}20^2 + 4{,}50^2} \approx$ **5,52 m·s⁻¹**, $\tan\alpha = \dfrac{4{,}50}{3{,}20}$, $\alpha \approx 54{,}6^\circ$ (0,5 pt). (1)

b) $-\dfrac{g}{2} = -4{,}90$: $g_{\text{exp}} = 9{,}80$ **m·s⁻²** (0,5 pt) ; écart $\dfrac{|9{,}80 - 9{,}81|}{9{,}81} \approx 0{,}1\ \%$: le modèle de la chute libre est validé (0,5 pt). (1)

c) $v_z = 0$ à $t_s = \dfrac{4{,}50}{9{,}80} \approx 0{,}459$ s, altitude **2,83 m** (0,5 pt). À $t = 0$: $E_c = \dfrac{1}{2} \times 0{,}600 \times 5{,}522^2 \approx 9{,}15$ J, $E_{pp} \approx 10{,}59$ J ; au sommet ($v = 3{,}20$ m·s⁻¹) : $E_c \approx 3{,}07$ J, $E_{pp} \approx 16{,}68$ J. $E_m \approx 19{,}7$ **J** aux deux dates : frottements négligeables (0,5 pt). (1)

d) $-4{,}90\,t^2 + 4{,}50\,t + 1{,}80 = 0$: $\Delta = 55{,}53$, $t = \dfrac{4{,}50 + \sqrt{55{,}53}}{9{,}80} \approx$ **1,22 s** ; $x = 3{,}20 \times 1{,}220 \approx$ **3,90 m** (0,5 pt). La formule de la portée suppose une arrivée à l'altitude du départ : elle donnerait 2,94 m (0,5 pt). (1)

Le point clé — Le coefficient de t^2 vaut $-\frac{g}{2}$; départ en hauteur : on résout $z(t) = 0$.

Exercice 5 – Quatre affirmations à examiner ★★★ *(4 pts)*

a) **Vraie.** $m\,\vec{g} = m\,\vec{a}$: la masse se simplifie et $\vec{a} = \vec{g}$ (0,5 pt). Mêmes conditions initiales, donc mêmes équations horaires et même trajectoire, dont l'équation ne contient pas la masse (0,5 pt). (1)

b) **Fausse.** La direction de la vitesse change : $\vec{v}$ varie, donc $\vec{a}_G \neq \vec{0}$ (0,5 pt) et, d'après la deuxième loi de Newton, $\sum \vec{F}_{\text{ext}} \neq \vec{0}$: un mouvement courbe n'est pas un équilibre (0,5 pt). (1)

c) **Fausse.** Mouvement rectiligne uniforme : $\vec{a}_G = \vec{0}$, donc d'après la deuxième loi de Newton la somme des forces est nulle (0,5 pt) : poids et réaction de la glace se compensent ; aucune force n'est nécessaire pour garder la vitesse (0,5 pt). (1)

d) **Fausse.** $v_{0x} = 18{,}0 \times \cos 25^\circ \approx$ **16,3 m·s⁻¹** (0,5 pt). La valeur 17,8 m·s⁻¹ est $18{,}0 \times \cos(25\ \text{rad})$: calculatrice réglée en radians au lieu des degrés (0,5 pt). (1)

Le point clé — L'accélération est fixée par les forces, pas par la masse ni par la seule valeur de la vitesse ; calculatrice en degrés.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).