Devoir surveillé – Dynamique d'un système électrique : condensateur et circuit RC

Modèle du condensateur, q = C u, et condensateur plan ; charge et décharge d'un circuit RC ; constante de temps τ = RC, sa mesure et ses incertitudes ; capteurs capacitifs.

Durée : 120 min – Calculatrice autorisée – Sur 20 points · Spécialité Physique-Chimie Terminale

Nom : _____ Date : _____ Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Un capteur capacitif chargé à travers une résistance ★★ *(4 pts)*

Un capteur capacitif est modélisé par un condensateur plan : $S = 9{,}0\ \text{cm}^2$, $d = 0{,}30\ \text{mm}$, isolant de permittivité relative $\varepsilon_r = 3{,}8$; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F·m}^{-1}$ et $C = \dfrac{\varepsilon_0\,\varepsilon_r\,S}{d}$. Initialement déchargé, il est chargé à $t = 0$ sous $E = 15\ \text{V}$ à travers $R = 560\ \text{k}\Omega$.

a) Calculer la capacité C du capteur.

b) Établir l'équation différentielle de la charge et vérifier que $u_C = E\left(1 - \text{e}^{-t/\tau}\right)$, $\tau = RC$, en est solution.

c) Calculer τ, puis la tension u_C à la date $t = 100\ \mu\text{s}$.

d) Calculer la durée au bout de laquelle u_C atteint 99 % de E.

Exercice 2 – Décharge d'un condensateur de stockage ★★★ *(4 pts)*

Un condensateur de $680\ \mu\text{F}$, chargé sous $U_0 = 12\ \text{V}$, est relié à $t = 0$ à un conducteur ohmique $R = 1{,}5\ \text{k}\Omega$; i est orientée vers l'armature A, comme pendant la charge ; énergie stockée : $\tfrac{1}{2}\,C\,u^2$.

a) Établir l'équation différentielle de la décharge ; en déduire $u_C(t)$.

b) Calculer τ et la tension à la date $t = 2{,}0\ \text{s}$.

c) Exprimer $i(t)$, calculer $i(0)$ et interpréter son signe.

d) Calculer l'énergie dissipée dans R jusqu'à ce que $u_C = 3{,}0\ \text{V}$, puis la date correspondante.

Exercice 3 – Un dipôle chargé à courant constant ★★ *(4 pts)*

Un dipôle D, initialement déchargé, est alimenté à $t = 0$ par un générateur de courant d'intensité constante $I = 0{,}20\ \text{mA}$. Relevés :

t (s)	0	5,0	10,0	15,0	20,0
u (V)	0	1,1	2,2	3,3	4,4

a) Montrer que le dipôle D a un comportement capacitif et non celui d'un conducteur ohmique.

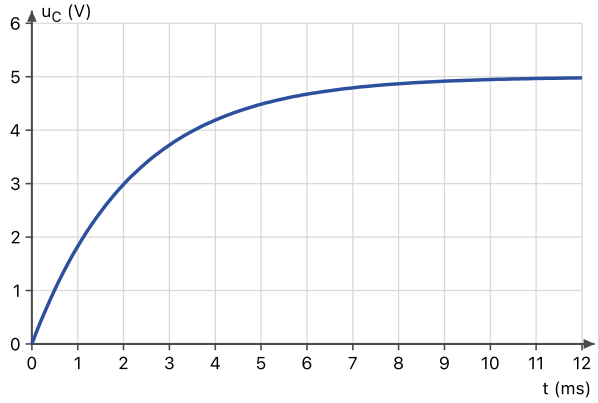
b) Calculer la charge q de l'armature A à $t = 20{,}0\ \text{s}$, puis la capacité C.

c) Retrouver C à partir de la relation entre i et u en convention récepteur.

d) Le condensateur, chargé sous 4,4 V, est ensuite déchargé dans $R = 2{,}2\ \text{k}\Omega$. Calculer τ et la date à laquelle sa tension vaut 1,1 V.

Exercice 4 – Lire une constante de temps ★★ *(4 pts)*

Une carte d'acquisition enregistre la charge d'un condensateur de capacité C inconnue à travers $R = 10{,}0$ kΩ, avec $u(R) = 0{,}1$ kΩ ; le condensateur est initialement déchargé.



a) Relever la tension finale E, puis calculer la tension à laquelle on lit la constante de temps τ.

b) Lire τ sur l'enregistrement et en déduire C.

c) La lecture se fait à une graduation près, $g = 1$ ms. Évaluer $u(\tau)$ (type B, $u = \dfrac{g}{\sqrt{12}}$), puis $u(C)$ avec $\dfrac{u(C)}{C} = \sqrt{\left(\dfrac{u(\tau)}{\tau}\right)^2 + \left(\dfrac{u(R)}{R}\right)^2}$.

d) La valeur nominale du condensateur est 0,25 µF. Conclure à l'aide de l'écart normalisé.

Exercice 5 – Un accéléromètre capacitif ★★★ *(4 pts)*

Dans un accéléromètre, une masse mobile porte une armature placée à $d_0 = 2{,}0$ µm d'une armature fixe ; $S = 0{,}50$ mm², air ; $\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12}$ F·m^{-1}. Sous une accélération a, l'écart devient $d = d_0 - k\,a$, avec $k = 2{,}0 \times 10^{-9}$ m par m·s^{-2}. La capacité est mesurée par la durée $t_s = RC\ln 2$ d'une charge à travers $R = 10$ MΩ.

a) Calculer la capacité au repos C_0 et la durée t_s correspondante.

b) Calculer la capacité pour $a = 50$ m·s^{-2}.

c) Le microcontrôleur distingue des durées de 0,05 µs. Calculer la plus petite variation de capacité détectable, puis la plus petite accélération détectable près du repos, en admettant $C \approx C_0\left(1 + \dfrac{k\,a}{d_0}\right)$ pour une petite accélération.

d) Expliquer pourquoi ce capteur n'est pas linéaire et proposer deux moyens de le rendre plus sensible.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).