Corrigé et barème – Dynamique d'un système électrique : condensateur et circuit RC

Modèle du condensateur, q = C u, et condensateur plan ; charge et décharge d'un circuit RC ; constante de temps τ = RC, sa mesure et ses incertitudes ; capteurs capacitifs.

Durée : 120 min – Calculatrice autorisée – Sur 20 points · Spécialité Physique-Chimie Terminale

Exercice 1 – Un capteur capacitif chargé à travers une résistance ★★ *(4 pts)*

a) $C = \dfrac{8{,}85\times10^{-12}\times 3{,}8\times 9{,}0\times10^{-4}}{3{,}0\times10^{-4}} \approx \mathbf{1{,}01\times10^{-10}\ F}$, soit 101 pF (1 pt). (1)

b) Loi des mailles $E = R\,i + u_C$ avec $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$: $RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = E$ (0,5 pt). $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{\tau}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ donne $E\,\mathrm{e}^{-t/\tau} + E - E\,\mathrm{e}^{-t/\tau} = E$, et $u_C(0) = 0$: c'est la solution (0,5 pt). (1)

c) $\tau = 560\times10^{3}\times1{,}01\times10^{-10} \approx \mathbf{56{,}5\ \mu s}$ (0,5 pt) ; $u_C = 15\left(1-\mathrm{e}^{-100/56{,}5}\right) \approx \mathbf{12{,}4\ V}$ (0,5 pt). (1)

d) $\mathrm{e}^{-t/\tau} = 0{,}01$, donc $t = \tau\ln 100$ (0,5 pt) $\approx \mathbf{260\ \mu s}$ (0,5 pt). (1)

Erreur fréquente — Oublier une conversion : 9,0 cm² = 9,0 × 10⁻⁴ m² et 0,30 mm = 3,0 × 10⁻⁴ m.

Exercice 2 – Décharge d'un condensateur de stockage ★★★ *(4 pts)*

a) $u_R + u_C = 0$ avec $u_R = R\,i = RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$: $RC\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 0$ (0,5 pt). Solutions $A\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$; la continuité impose $u_C(0) = U_0$: $u_C = U_0\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$ (0,5 pt). (1)

b) $\tau = 1{,}5\times10^{3}\times680\times10^{-6} = \mathbf{1{,}02\ s}$ (0,5 pt) ; $u_C = 12\,\mathrm{e}^{-2{,}0/1{,}02} \approx \mathbf{1{,}7\ V}$ (0,5 pt). (1)

c) $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{U_0}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$; $i(0) = -8{,}0\times10^{-3}$ **A**, soit −8,0 mA (0,5 pt). Négative : le courant circule en sens inverse de la charge, l'armature A perd ses charges (0,5 pt). (1)

d) $\dfrac{1}{2}\times680\times10^{-6}\times(12^2-3{,}0^2) \approx \mathbf{4{,}6\times10^{-2}\ J}$ (0,5 pt), atteints à $t = 1{,}02\times\ln 4 \approx \mathbf{1{,}4\ s}$ (0,5 pt). (1)

À retenir — Pendant la décharge, i = C du/dt est négative ; l'énergie varie comme le carré de la tension.

Exercice 3 – Un dipôle chargé à courant constant ★★ *(4 pts)*

a) $\dfrac{u}{t} = 0{,}22\ \mathrm{V\cdot s^{-1}}$ pour chaque mesure : u est **proportionnelle au temps**, comme $u = \dfrac{I}{C}\,t$ pour un condensateur (0,5 pt) ; un conducteur ohmique aurait une tension constante $R\,I$ (0,5 pt). (1)

b) $q = I\,t = 0{,}20\times10^{-3}\times20{,}0 = \mathbf{4{,}0\times10^{-3}\ C}$ (0,5 pt) ; $C = \dfrac{q}{u} = \dfrac{4{,}0\times10^{-3}}{4{,}4} \approx \mathbf{9{,}1\times10^{-4}\ F}$ (0,5 pt). (1)

c) $i = C\,\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ (0,5 pt), donc $C = \dfrac{I}{\mathrm{d}u/\mathrm{d}t} = \dfrac{0{,}20\times10^{-3}}{0{,}22} \approx \mathbf{9{,}1\times10^{-4}\ F}$ (0,5 pt). (1)

d) $\tau = 2{,}2\times10^{3}\times9{,}09\times10^{-4} = \mathbf{2{,}0\ s}$ (0,5 pt) ; $t = \tau\ln\left(\dfrac{4{,}4}{1{,}1}\right) = 2{,}0\ln 4 \approx \mathbf{2{,}8\ s}$ (0,5 pt). (1)

Erreur fréquente — Diviser par la durée dans q = C u : la charge accumulée vaut I × t, la capacité q ÷ u.

Exercice 4 – Lire une constante de temps ★★ *(4 pts)*

a) $E = 5{,}0$ **V** (asymptote) (0,5 pt) ; on lit τ quand $u_C = 0{,}63 \times 5{,}0 = \mathbf{3{,}15\ V}$ (0,5 pt). (1)

b) $\tau \approx 2{,}2$ **ms** (0,5 pt) ; $C = \dfrac{2{,}2 \times 10^{-3}}{10{,}0 \times 10^{3}} = \mathbf{2{,}2 \times 10^{-7}\ F}$, soit 0,22 µF (0,5 pt). (1)

c) $u(\tau) = \dfrac{1}{\sqrt{12}} \approx 0{,}29$ ms (0,5 pt) ; $\dfrac{u(C)}{C} = \sqrt{\left(\dfrac{0{,}29}{2{,}2}\right)^2 + 0{,}01^2} \approx 0{,}132$, $u(C) \approx 0{,}0290$ µF, arrondie par excès : $u(C) = 0{,}03$ **µF** (0,5 pt). (1)

d) $z = \dfrac{|0{,}22 - 0{,}25|}{0{,}03} = 1{,}0 \leq 2$ (0,5 pt) : **mesure compatible**, mais l'incertitude, due surtout à la lecture de τ, est grande ; un enregistrement plus fin l'améliorerait (0,5 pt). (1)

Méthode — On lit τ à 63 % de la valeur finale E, lue sur l'asymptote, et non à 63 % de la dernière valeur relevée.

Exercice 5 – Un accéléromètre capacitif ★★★ *(4 pts)*

a) $C_0 = \dfrac{8{,}85 \times 10^{-12} \times 5{,}0 \times 10^{-7}}{2{,}0 \times 10^{-6}} \approx \mathbf{2{,}21 \times 10^{-12}\ F}$ (0,5 pt) ; $t_s = 10 \times 10^{6} \times 2{,}21 \times 10^{-12} \times \ln 2 \approx$ **15,3 µs** (0,5 pt). (1)

b) $d = 2{,}0 \times 10^{-6} - 2{,}0 \times 10^{-9} \times 50 = 1{,}9 \times 10^{-6}$ m (0,5 pt), donc $C \approx \mathbf{2{,}33 \times 10^{-12}\ F}$ (0,5 pt). (1)

c) $\Delta C = \dfrac{0{,}05 \times 10^{-6}}{10 \times 10^{6} \times \ln 2} \approx \mathbf{7{,}2 \times 10^{-15}\ F}$ (0,5 pt) ; $a = \dfrac{\Delta C}{C_0} \times \dfrac{d_0}{k} \approx \mathbf{3{,}3\ m{\cdot}s^{-2}}$ (0,5 pt). (1)

d) $C = \dfrac{\varepsilon_0\, S}{d_0 - k\, a}$ n'est pas une fonction affine de a : C varie comme $\dfrac{1}{d}$ (0,5 pt). Plus sensible : augmenter R (durées plus longues), augmenter S ou réduire d_0 (0,5 pt). (1)

À retenir — Un capteur à écart variable n'est linéaire que pour de petits déplacements devant l'écart.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).