Fonctions sinus et cosinus

Fiche tableaux : valeurs, dérivées et équations à connaître
(Spécialité maths Terminale)

Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Toujours : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, $-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$, $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$.

Angles associés

angle	$-x$	$\pi - x$	$\pi + x$	$\frac{\pi}{2} - x$	$x + 2\pi$
cos	$\cos x$	$-\cos x$	$-\cos x$	$\sin x$	$\cos x$
sin	$-\sin x$	$\sin x$	$-\sin x$	$\cos x$	$\sin x$

Exemple : $\cos\dfrac{4\pi}{3} = \cos\left(\pi + \dfrac{\pi}{3}\right) = -\dfrac{1}{2}$.

Parité et période

Fonction	**Parité**	**Période**	**Courbe**
cos	paire : $\cos(-x) = \cos x$	2π	symétrique par rapport à l'axe des ordonnées
sin	impaire : $\sin(-x) = -\sin x$	2π	symétrique par rapport à l'origine
$\cos(\omega x + \varphi)$, $\sin(\omega x + \varphi)$, $\omega > 0$	à étudier	$\dfrac{2\pi}{\omega}$	sinusoïde

Exemple : $x \mapsto \sin\left(\dfrac{x}{2}\right)$ a pour période $\dfrac{2\pi}{1/2} = 4\pi$.

Dérivées et limite

$f(x)$	$f'(x)$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\sin(ax+b)$	$a\cos(ax+b)$
$\cos(ax+b)$	$-a\sin(ax+b)$
$\sin\big(u(x)\big)$	$u'(x)\cos\big(u(x)\big)$
$\cos\big(u(x)\big)$	$-u'(x)\sin\big(u(x)\big)$

Limite : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x} = 1$ (nombre dérivé de sin en 0). Exemple : $\big(\sin(5x-2)\big)' = 5\cos(5x-2)$.

Variations sur $[-\pi\,;\,\pi]$

x	$-\pi$		0		π
$-\sin x$	0	$+$	0	$-$	0
$\cos x$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1

x	$-\pi$		$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$		π
$\cos x$	-1	$-$	0	$+$	0	$-$	-1
$\sin x$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Signes : $\sin x \geqslant 0$ sur $[0\,;\pi]$; $\cos x \geqslant 0$ sur $\left[-\dfrac{\pi}{2}\,;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Résoudre cos x = a et sin x = a

Équation	**Solutions dans $\mathbb{R}$ ($k \in \mathbb{Z}$)**
$\cos x = a$, $a < -1$ ou $a > 1$	aucune
$\cos x = \cos\alpha$	$x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = -\alpha + 2k\pi$
$\sin x = \sin\alpha$	$x = \alpha + 2k\pi$ ou $x = \pi - \alpha + 2k\pi$
$\cos x = 1$; $\cos x = -1$	$x = 2k\pi$; $x = \pi + 2k\pi$
$\cos x = 0$	$x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$
$\sin x = 1$; $\sin x = -1$	$x = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$; $x = -\dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$
$\sin x = 0$	$x = k\pi$
$\cos x \geqslant \cos\alpha$ sur $[-\pi\,;\pi]$, $\alpha \in [0\,;\pi]$	$x \in [-\alpha\,;\alpha]$
$\cos x \leqslant \cos\alpha$ sur $[-\pi\,;\pi]$, $\alpha \in [0\,;\pi]$	$x \in [-\pi\,;-\alpha] \cup [\alpha\,;\pi]$

Exemple : sur $[0\,;2\pi[$, $\cos x = 0$ a pour solutions $\dfrac{\pi}{2}$ et $\dfrac{3\pi}{2}$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).