Primitives

Fiche tableaux : les primitives à connaître
(Spécialité maths Terminale)

Primitives des fonctions usuelles

Fonction f	Une primitive F	Sur
a (constante)	ax	$\mathbb{R}$
x^n $(n \geqslant 1)$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$
$\dfrac{1}{x^2}$	$-\dfrac{1}{x}$	$]0\,;+\infty[$ ou $]-\infty\,;0[$
$\dfrac{1}{x^n}$ $(n \geqslant 2)$	$-\dfrac{1}{(n-1)x^{n-1}}$	$]0\,;+\infty[$ ou $]-\infty\,;0[$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln x$	$]0\,;+\infty[$
$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$]0\,;+\infty[$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
$\cos x$	$\sin x$	$\mathbb{R}$
$\sin x$	$-\cos x$	$\mathbb{R}$

Exemple : sur $]0\,;+\infty[$, une primitive de $x^9 - \dfrac{2}{x^4}$ est $\dfrac{x^{10}}{10} + \dfrac{2}{3x^3}$.

Linéarité et fonctions de ax + b

Fonction	Une primitive
$\lambda f + \mu g$	$\lambda F + \mu G$
$f(ax+b)$, $a \neq 0$	$\dfrac{1}{a}F(ax+b)$
e^{ax+b}	$\dfrac{1}{a}e^{ax+b}$
$\cos(ax+b)$	$\dfrac{1}{a}\sin(ax+b)$
$\sin(ax+b)$	$-\dfrac{1}{a}\cos(ax+b)$
$(ax+b)^n$, $n \neq -1$ $(ax+b \neq 0$ si $n<0)$	$\dfrac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)}$
$\dfrac{1}{ax+b}$ $(ax+b>0)$	$\dfrac{1}{a}\ln(ax+b)$

Exemple : une primitive de e^{3-x} est $-e^{3-x}$ (ici $a=-1$).

Formes composées

Forme	Une primitive	Condition
$u'u^n$ $(n \neq -1)$	$\dfrac{u^{n+1}}{n+1}$	$u \neq 0$ si $n < 0$
$\dfrac{u'}{u^2}$	$-\dfrac{1}{u}$	$u \neq 0$
$\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$	$2\sqrt{u}$	$u > 0$
$\dfrac{u'}{u}$	$\ln u$	$u > 0$
$u'e^u$	e^u	aucune
$u' \cos u$	$\sin u$	aucune
$u' \sin u$	$-\cos u$	aucune

Exemple : $\dfrac{x}{x^2+3} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2x}{x^2+3}$, de primitive $\dfrac{1}{2}\ln(x^2+3)$, car $x^2+3 > 0$.

Toutes les primitives, condition initiale, $y' = f$

Situation	Résultat
f continue sur un intervalle I	f admet des primitives sur I
F primitive de f sur I	les primitives sont les $F + k$, $k \in \mathbb{R}$
Condition $F(x_0) = y_0$	une seule primitive : $k = y_0 - F(x_0)$
Équation $y' = f$	solutions : les primitives de f
Mouvement	v primitive de a, position primitive de v

Exemple : la primitive de $2x$ qui vaut 0 en 1 est $x^2 - 1$.

Reconnaître la forme

Ce que je vois	Ce que je cherche
une somme de termes usuels	le tableau, terme par terme
une puissance d'une expression u	u' en facteur : $u'u^n$
une racine $\sqrt{u}$ au dénominateur	$\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$
un quotient, dénominateur au carré	$\dfrac{u'}{u^2}$
un quotient, dénominateur simple	$\dfrac{u'}{u}$, avec $u > 0$
une exponentielle e^u	u' en facteur : $u'e^u$
un produit sans u'	développer, ou forme imposée et identification

Exemple : $x(x^2-1)^2$ est une puissance de $u = x^2 - 1$ avec $u' = 2x$ présent à $\dfrac{1}{2}$ près : une primitive est $\dfrac{(x^2-1)^3}{6}$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).