Loi binomiale

Fiche tableaux : les formules à connaître
(Spécialité maths Terminale)

Bernoulli

Objet	Définition	Ce qu'on en tire
Épreuve de Bernoulli	deux issues : succès S (probabilité p), échec $\overline{S}$ (probabilité $1-p$)	—
Loi de Bernoulli	$X=1$ si succès, $X=0$ sinon	$E(X)=p$, $V(X)=p(1-p)$
Schéma de Bernoulli	n épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, n fixé	le nombre de succès suit $\mathcal{B}(n\,;p)$

Exemple : on répond au hasard à 12 questions à 3 choix dont un juste : X suit $\mathcal{B}\left(12\,;\dfrac{1}{3}\right)$.

Loi binomiale B(n ; p)

Formule	Pour
$P(X=k)=\dbinom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	$0\leqslant k\leqslant n$
$\dbinom{n}{0}=\dbinom{n}{n}=1$, $\dbinom{n}{1}=n$	tout n
$\dbinom{n}{2}=\dfrac{n(n-1)}{2}$	$n\geqslant 2$
$\dbinom{n}{k}=\dbinom{n}{n-k}$	$0\leqslant k\leqslant n$
$P(X=0)=(1-p)^n$, $P(X=n)=p^n$	tout n

Exemple : X suit $\mathcal{B}(5\,;0{,}5)$: $P(X=2)=10\times 0{,}5^5=0{,}312\,5$.

Traduire l'événement

Dans l'énoncé	Événement	Calcul
au plus k	$X\leqslant k$	$P(X\leqslant k)$
moins de k	$X<k$	$P(X\leqslant k-1)$
au moins k	$X\geqslant k$	$1-P(X\leqslant k-1)$
plus de k	$X>k$	$1-P(X\leqslant k)$
entre a et b	$a\leqslant X\leqslant b$	$P(X\leqslant b)-P(X\leqslant a-1)$
au moins un	$X\geqslant 1$	$1-(1-p)^n$

Exemple : « au moins 3 » se calcule $1-P(X\leqslant 2)$.

Espérance, variance, écart type

Loi	$E(X)$	$V(X)$	$\sigma(X)$
Bernoulli de paramètre p	p	$p(1-p)$	$\sqrt{p(1-p)}$
$\mathcal{B}(n\,;p)$	np	$np(1-p)$	$\sqrt{np(1-p)}$
$aX+b$	$aE(X)+b$	$a^2V(X)$	$\lvert a\rvert\,\sigma(X)$

Exemple : X suit $\mathcal{B}(48\,;0{,}25)$: $E(X)=12$, $V(X)=9$, $\sigma(X)=3$.

Calculatrice et Python

Outil	$P(X=k)$	$P(X\leqslant k)$
TI	$binomFdp(n,p,k)$	$binomFRép(n,p,k)$
Casio	Bpd	Bcd
NumWorks	application Probabilités, loi binomiale	
Python	`comb(n, k) * p**k * (1 - p)**(n - k)` avec `from math import comb`	

On arrondit au millième sauf indication contraire, à partir des valeurs non arrondies.

Seuils et intervalles

Question	**Méthode**
plus petit n avec $P(X\geqslant 1)\geqslant\alpha$	$(1-p)^n\leqslant 1-\alpha$, $n\geqslant\dfrac{\ln(1-\alpha)}{\ln(1-p)}$
plus petit k avec $P(X\leqslant k)\geqslant s$	tableau de valeurs, deux valeurs qui encadrent s
intervalle $[a\,;b]$ avec $P(a\leqslant X\leqslant b)\geqslant 1-\alpha$	a : plus petit entier avec $P(X\leqslant a)>\dfrac{\alpha}{2}$; b : plus petit entier avec $P(X\leqslant b)\geqslant 1-\dfrac{\alpha}{2}$

Exemple : $1-0{,}6^n\geqslant 0{,}99$ donne $n\geqslant\dfrac{\ln 0{,}01}{\ln 0{,}6}\approx 9{,}02$, soit $n=10$.

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).