

Devoir surveillé – Fonction exponentielle

Définition, propriétés algébriques et analytiques, dérivée — programme de Spécialité Maths Terminale

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques Terminale

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Calculs et dérivées

(4 pts)

a) a) Simplifier $e^{-3x} \times e^{5x+2}$.

c) c) Dériver $f(x) = e^{7-2x}$.

b) b) Simplifier $\frac{(e^{x+1})^2}{e^{3x}}$.

d) d) Dériver $g(x) = (3x + 2)e^x$ et factoriser le résultat.

Exercice 2 – Équations et inéquations

(4 pts)

a) a) Résoudre $e^{5x-2} = e^{x+6}$.

b) b) Résoudre $e^{x^2} = e^{7x-12}$.

c) c) Résoudre $e^{4-x} \geq 1$.

d) d) Un élève affirme que l'équation $e^{2x} + 5e^x = 0$ admet $x = 0$ pour solution. Expliquer son erreur et donner l'ensemble des solutions.

Exercice 3 – Étude d'une fonction

(4 pts)

a) Soit $f(x) = (x + 3)e^{-2x}$ définie sur $\mathbb{R}$.

a) Montrer que $f'(x) = (-2x - 5)e^{-2x}$.

b) b) Dresser le tableau de variations de f (valeur exacte et arrondie au dixième de l'extremum).

c) c) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

d) d) Donner une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0.

Exercice 4 – Élimination d'un médicament

(4 pts)

a) La concentration d'un médicament dans le sang, en mg/L, t heures après l'injection, est $C(t) = 15e^{-0,35t}$.

a) Calculer $C(0)$ et $C(2)$ (arrondi au centième).

b) b) Calculer $C'(t)$ et en déduire le sens de variation de C sur $[0; +\infty[$.

c) c) Montrer que $C'(t) = -0,35 C(t)$ pour tout $t \geq 0$ et interpréter.

d) d) On pose $c_n = C(n)$. Montrer que (c_n) est géométrique et déterminer le pourcentage de diminution de la concentration d'une heure à la suivante, arrondi à 0,1 %.

Exercice 5 – Limites et inégalité

(4 pts)

a) a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 5x^2)$.

b) b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 5x)e^x$.

c) c) Soit $g(x) = e^{2x} - 2x$ sur $\mathbb{R}$. Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g .

d) d) En déduire que pour tout réel x , $e^{2x} \geq 2x + 1$. Quelle propriété du cours retrouve-t-on ?

Bon courage !