

Devoir surveillé – Géométrie dans l'espace : vecteurs, droites, plans et produit scalaire — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques Terminale

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(5 pts)

- a) On donne $\vec{u}(1; 2; -2)$, $\vec{v}(2; -1; 0)$ et $\vec{w}(3; 1; -2)$. Calculer $\|\vec{u}\|$.
- b) Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$. Que peut-on en déduire ?
- c) Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ?
- d) Vérifier que $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$. Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$?
- e) Calculer la distance entre les points $M(1; 0; 2)$ et $N(3; -1; 4)$.

Exercice 2 – Une droite et un plan

(5 pts)

- a) On considère les points $A(1; 0; 2)$ et $B(2; 1; 0)$ ainsi que le plan $\mathcal{P}$ d'équation $2x - y + z - 1 = 0$. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB) .
- b) Le point $D(0; -1; 5)$ appartient-il à la droite (AB) ?
- c) Donner un vecteur normal $\vec{n}$ au plan $\mathcal{P}$, puis montrer que la droite (AB) n'est pas parallèle au plan $\mathcal{P}$.
- d) Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de la droite (AB) et du plan $\mathcal{P}$.

Exercice 3 – Équation d'un plan et projeté orthogonal

(5 pts)

- a) On considère les points $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ et $C(0; 0; 2)$. Montrer que les points A , B et C définissent un plan.
- b) Vérifier que le vecteur $\vec{n}(2; 1; 1)$ est normal au plan (ABC) .
- c) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) .
- d) Le point $E(1; 1; -1)$ appartient-il au plan (ABC) ?
- e) On note H le projeté orthogonal de l'origine O du repère sur le plan (ABC) . Déterminer les coordonnées de H , puis la distance OH .

Exercice 4 – Dans un cube

(5 pts)

- a) $ABCDEFGH$ est un cube d'arête 1 (face $ABCD$ en bas ; E, F, G, H au-dessus de A, B, C, D). On se place dans le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$. Donner les coordonnées des points B, D, E et G .
- b) Calculer $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BE}$.
- c) En déduire que la droite (AG) est orthogonale au plan (BDE) , puis donner une équation cartésienne de ce plan.
- d) La droite (AG) coupe le plan (BDE) en un point K . Déterminer les coordonnées de K et montrer que $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AG}$.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).