

Devoir surveillé – Fonction exponentielle et fonction logarithme népérien — niveau ★

Durée : 60 min – Calculatrice interdite – Sur 20 points · Spécialité Mathématiques Terminale

Nom : _____

Date : _____

Note : _____ / 20

Tous les calculs doivent figurer sur la copie. Les résultats seront donnés sous la forme la plus simple possible.

Exercice 1 – Automatismes

(4 pts)

- a) Simplifier $\frac{e^{2x+3}}{e^{x-1}}$.
- b) Écrire $\ln 72$ en fonction de $\ln 2$ et $\ln 3$.
- c) Calculer $\ln(e^4) + e^{\ln 5}$.
- d) Calculer $\ln\left(\frac{1}{e^2}\right) - 2 \ln \sqrt{e}$.

Exercice 2 – Équations et inéquations

(5 pts)

- a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{3x-1} = 4$ (valeur exacte, puis arrondie au centième).
- b) Résoudre l'équation $\ln(2x - 1) = 3$ après avoir précisé l'ensemble sur lequel elle a un sens (valeur exacte, puis arrondie au centième).
- c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $e^{-x} < \frac{1}{8}$.
- d) Résoudre sur $]0; +\infty[$ l'inéquation $\ln x \leq 2$.
- e) En posant $X = e^x$, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$.

Exercice 3 – Dérivées et limites

(5 pts)

- a) Dériver sur $\mathbb{R}$ la fonction f définie par $f(x) = e^{x^2-3x}$.
- b) Dériver sur $]0; +\infty[$ la fonction g définie par $g(x) = x^2 \ln x$, et factoriser le résultat.
- c) Dériver sur $\mathbb{R}$ la fonction h définie par $h(x) = \ln(x^2 + 1)$.
- d) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$.
- e) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \ln x)$.

Exercice 4 – Étude d'une fonction

(6 pts)

- a) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x - ex$. Calculer $f'(x)$.
- b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f'(x) > 0$.
- c) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- d) Dresser le tableau de variations de f et donner la valeur exacte de son minimum.
- e) En déduire que, pour tout réel x , $e^{x-1} \geq x$.

Bon courage !

Ce document est la propriété intellectuelle de Ben, professeur particulier (benprofparticulier.fr), protégée par le Code de la propriété intellectuelle (art. L. 111-1 et L. 122-4). Il est mis à disposition pour un usage personnel de révision. Toute reproduction, diffusion, mise en ligne ou revente, totale ou partielle, sans autorisation écrite est interdite et constitue une contrefaçon (art. L. 335-2).